

# Abnormális fluktuációk végtelen hajtott diffúzív modellekben

Komjáthy Júliával és Timo Seppäläinennel közös munka

Balázs Márton

BME TTK Matematika Int., Sztochasztika Tsz.

ELTE TTK Fizikai Intézet  
Statisztikus Fizikai Szeminárium  
2011. május 11.

## A modellek

Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat

Zero range

Kőműves

## Hidrodinamika

Karakterisztika

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Egyetlen

Sok

## Eredmények

Normális fluktuációk

Abnormális fluktuációk

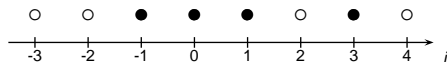
## Bizonyítás

Felső korlát

Alsó korlát

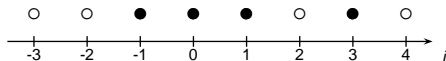
Mikroszkopikus konkavítás/konvexitás

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

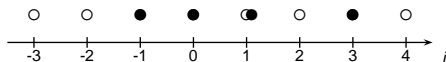
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

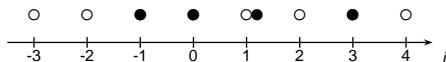
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

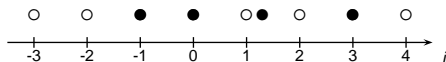
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_i = 0$  vagy  $1$ .

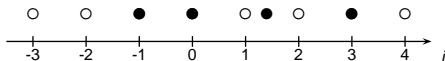
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

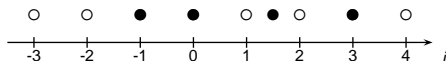
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_i = 0$  vagy  $1$ .

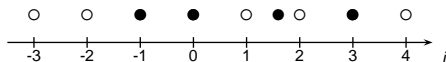
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

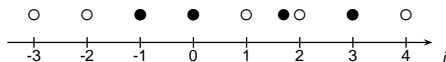
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

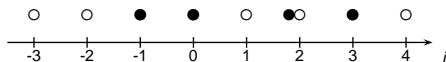
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

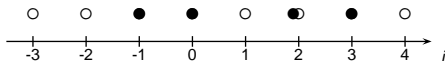
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

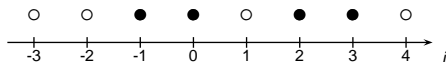
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

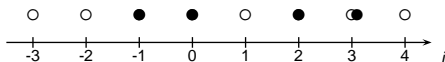
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

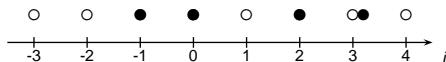
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

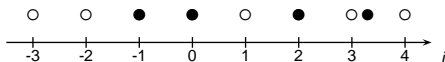
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

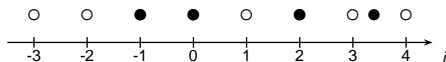
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

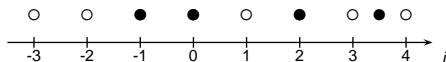
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

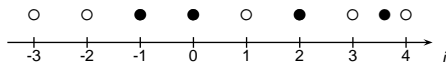
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

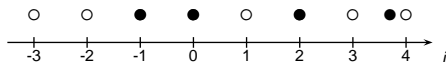
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

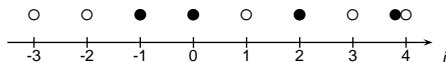
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

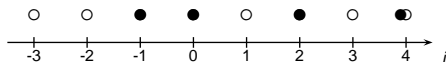
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

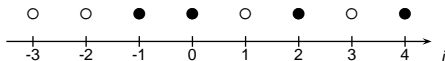
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

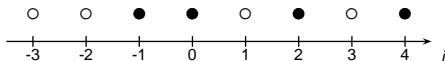
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

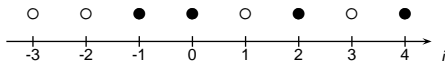
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

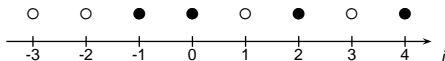
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

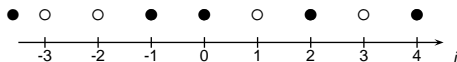
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

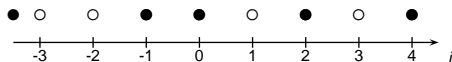
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

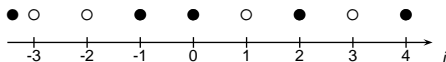
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

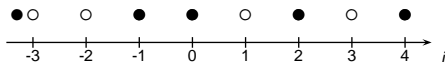
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

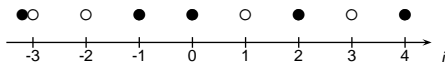
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

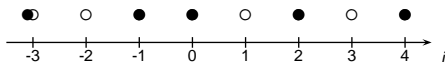
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

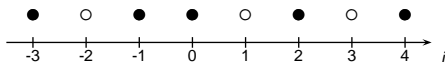
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

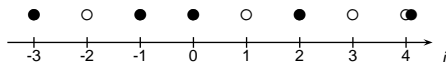
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

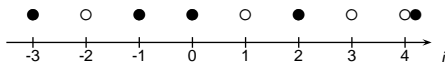
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

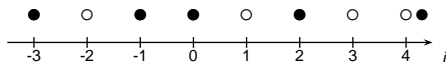
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

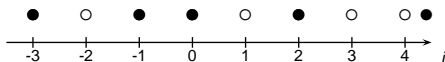
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

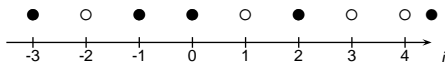
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

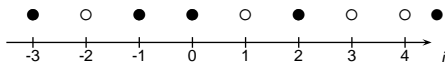
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

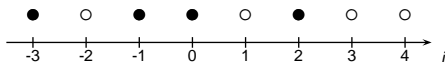
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

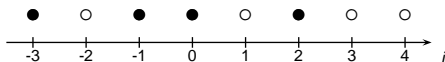
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

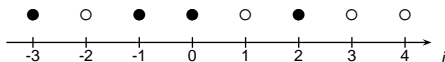
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

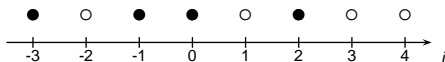
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

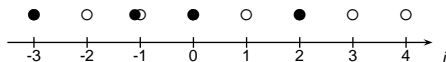
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

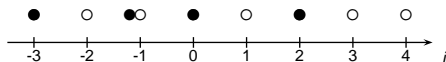
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

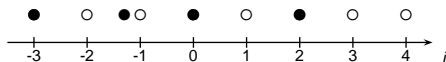
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

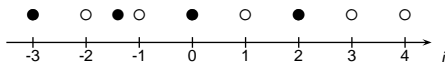
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

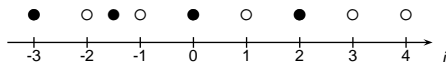
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.



# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

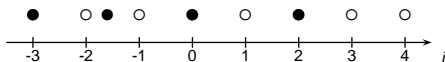
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

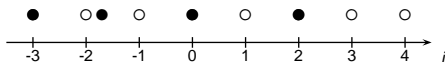
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

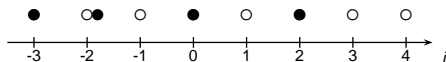
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

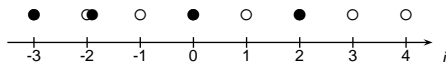
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_i = 0$  vagy  $1$ .

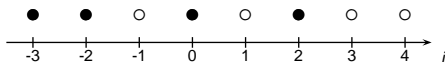
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Aszimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

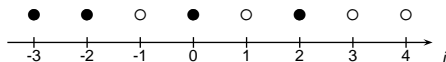
Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

# Azimmetrikus egyszerű kizárásos folyamat



Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás;  $\omega_j = 0$  vagy  $1$ .

Folytonos idejű Markov ugró folyamat.

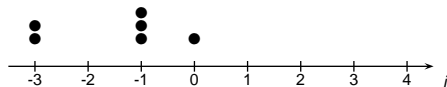
Részecskék

jobbra ugranak  $p$  rátával,  
balra ugranak  $q$  rátával.

De csak akkor, ha az érkezési helyen nincs másik részecske.

A Bernoulli( $\rho$ ) eloszlás stacionárius (de nemegyensúlyi) minden  $0 \leq \rho \leq 1$ -re. Sőt, minden eltolás-invariáns stacionárius eloszlás Bernoulli-k keveréke.

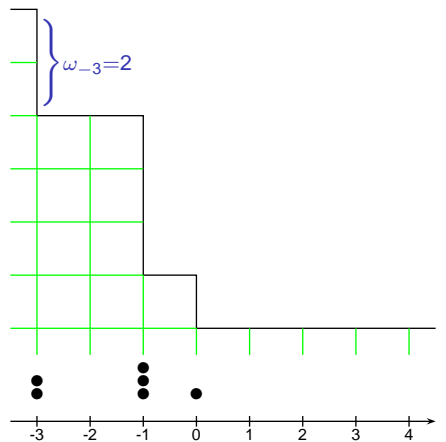
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

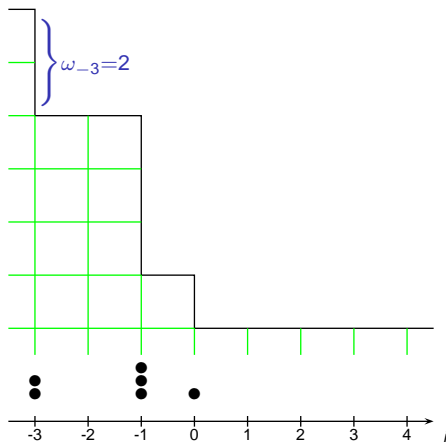


# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

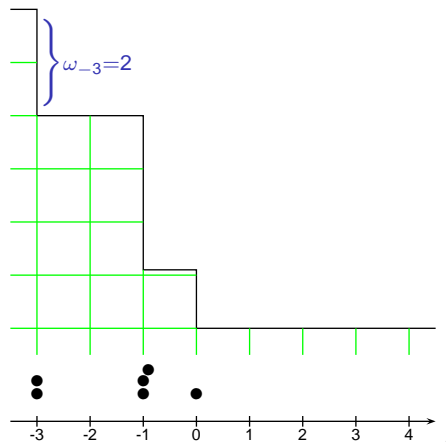
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

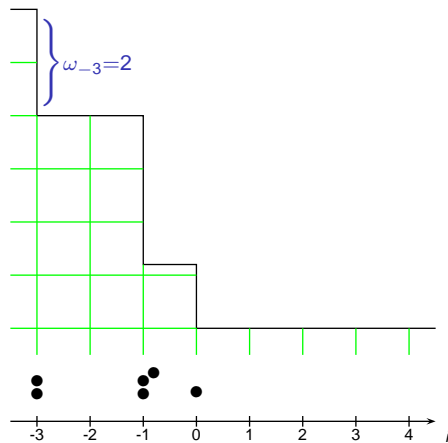
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

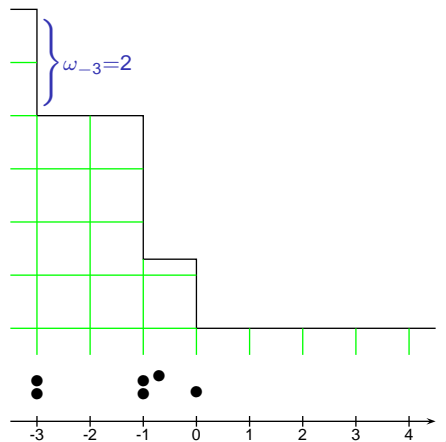
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

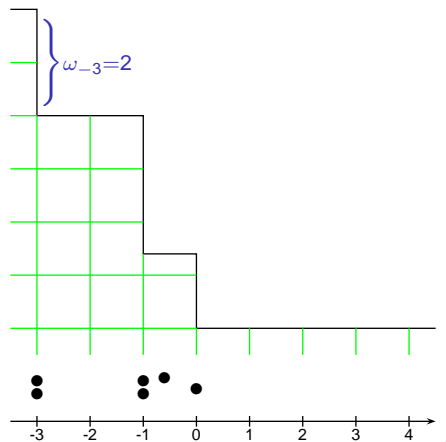
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

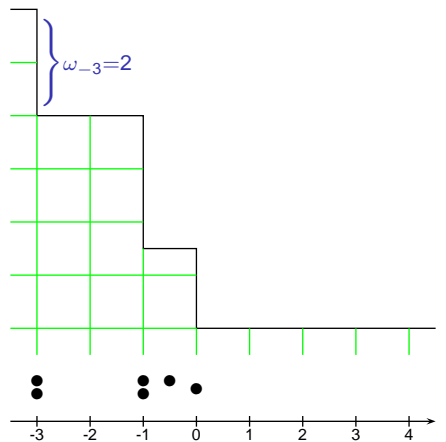
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

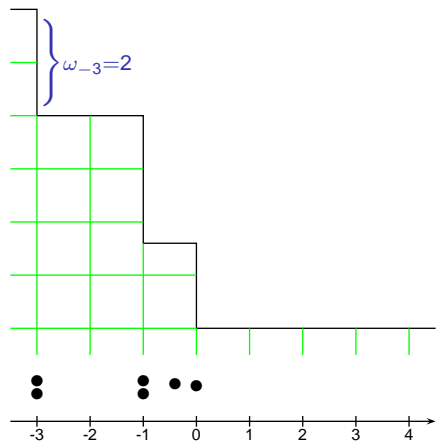
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat

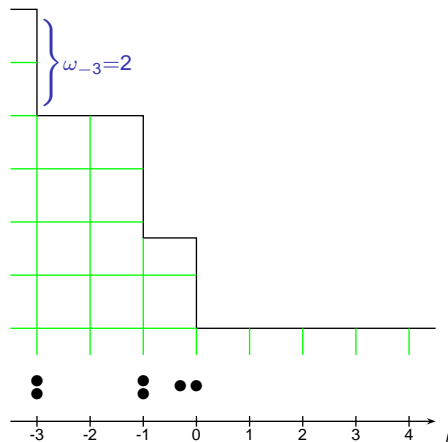


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.



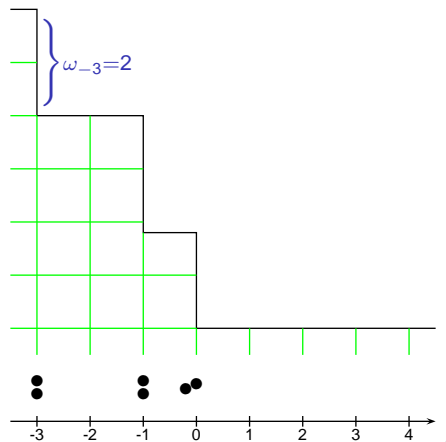
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

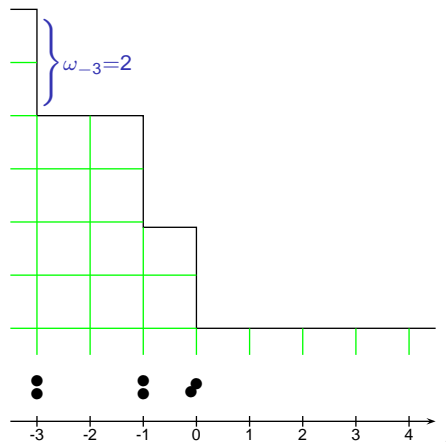
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

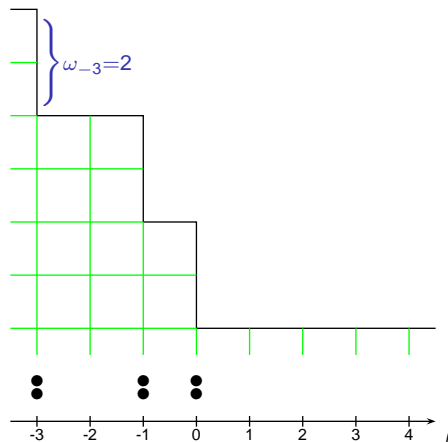
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

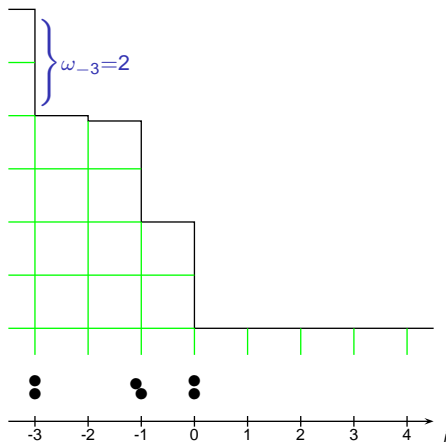
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

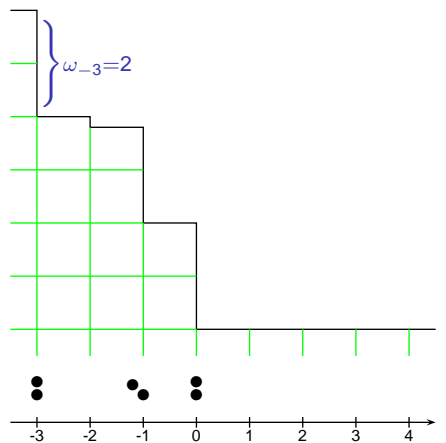
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

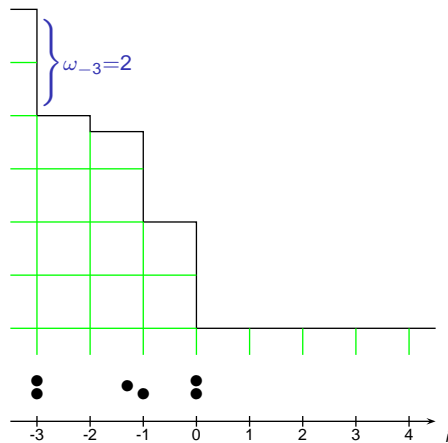
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

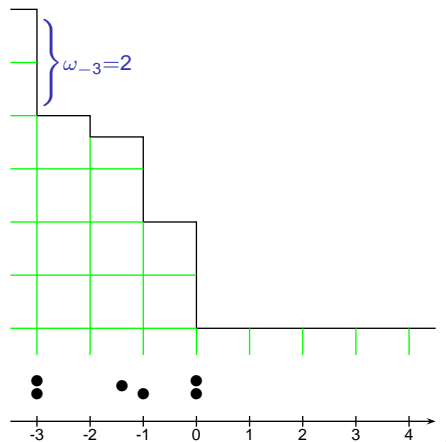
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat

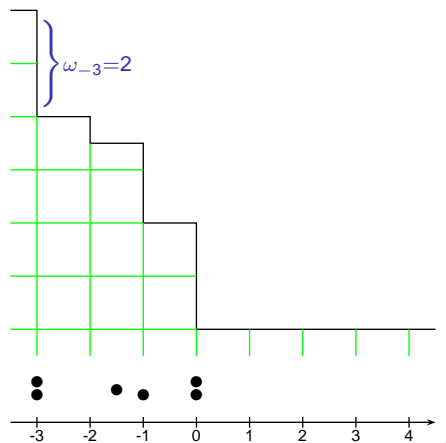


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.



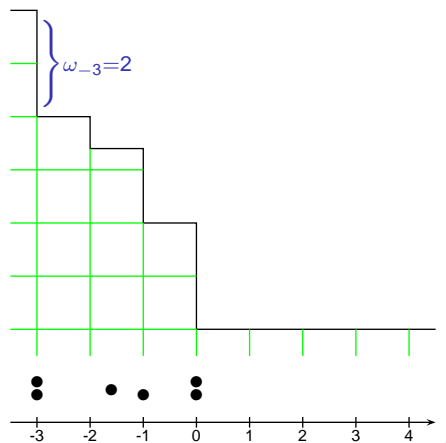
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

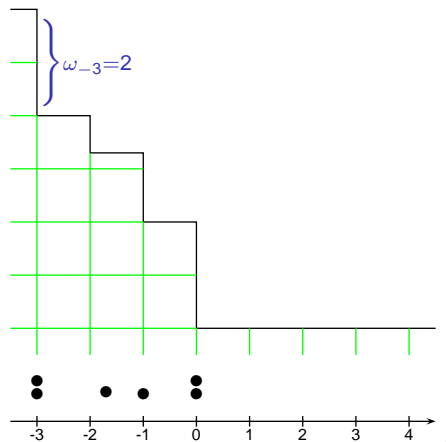
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

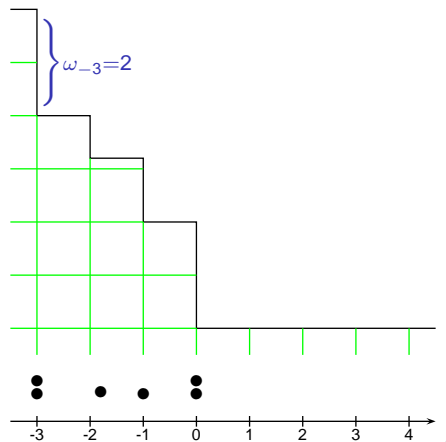
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

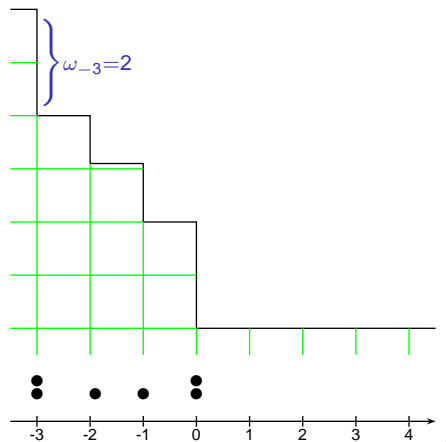
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

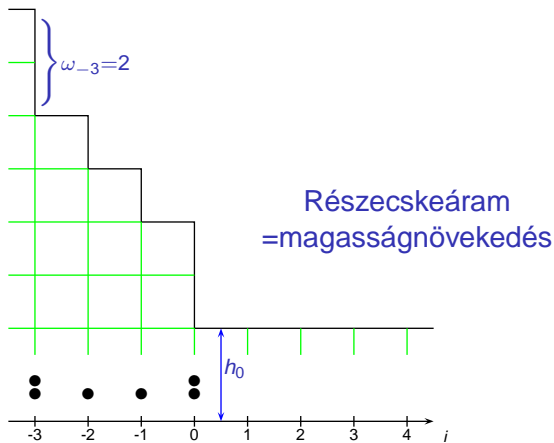
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

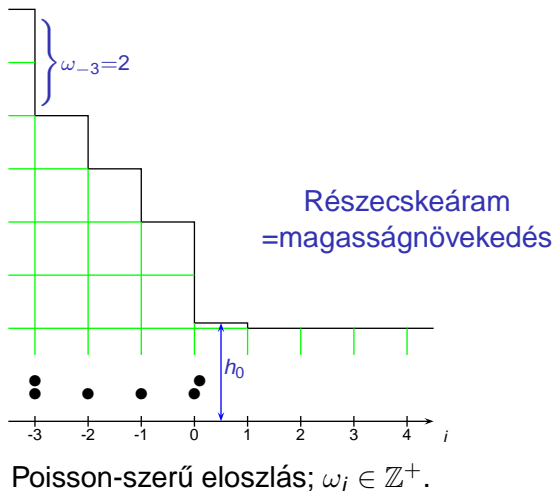
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

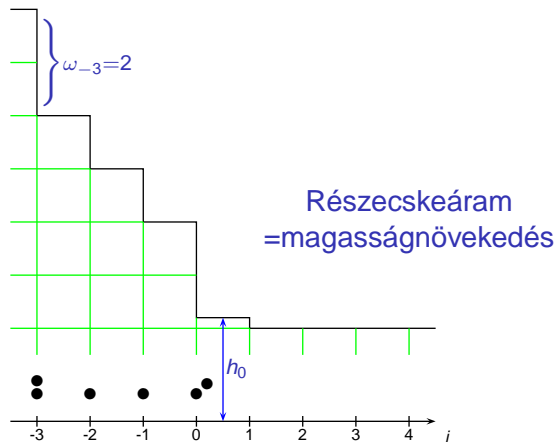
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat

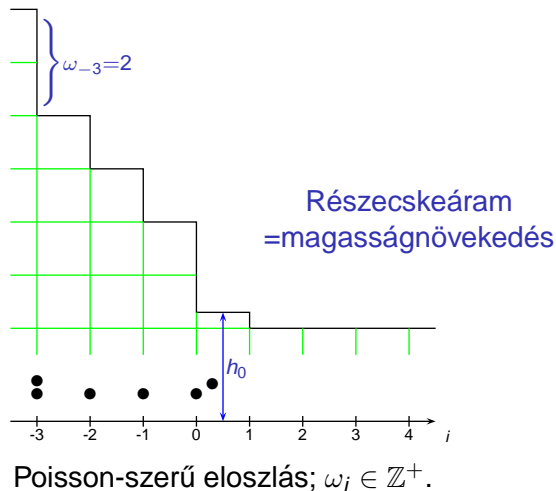


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}^+$ .

Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

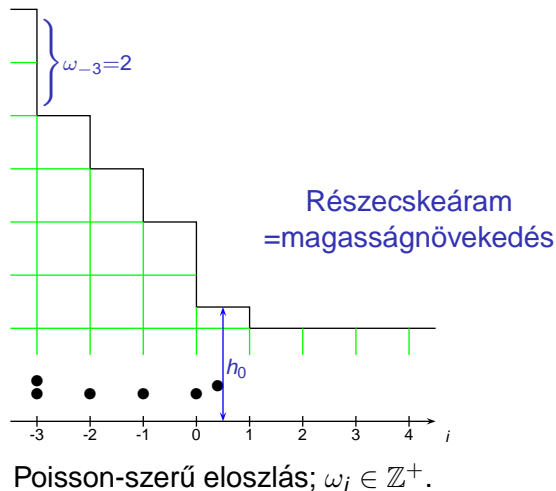


# Az aszimmetrikus zero range folyamat



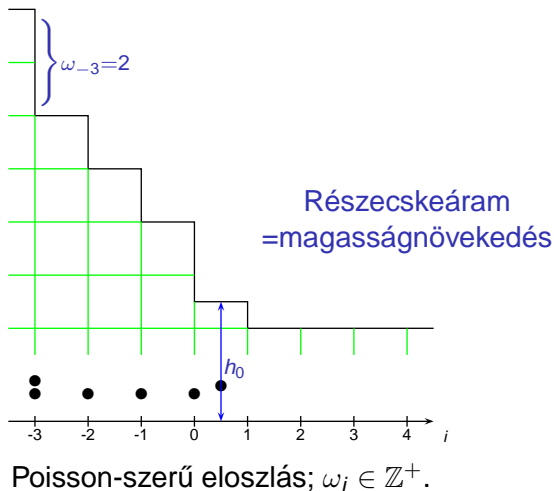
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



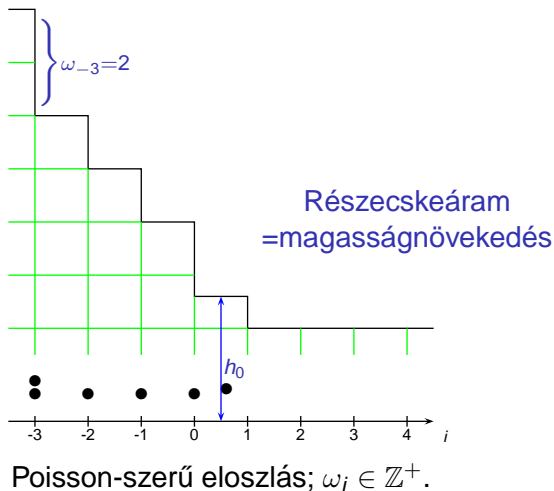
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



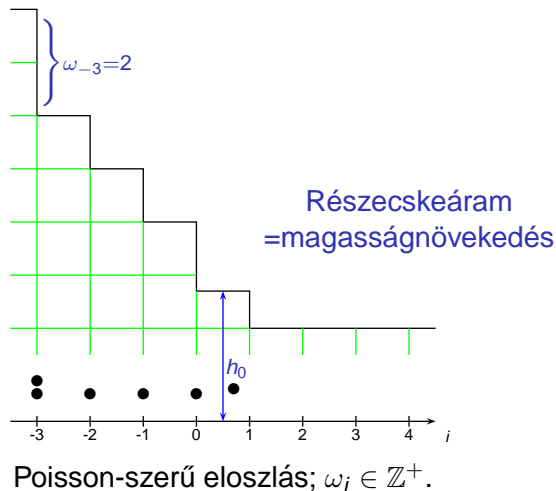
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



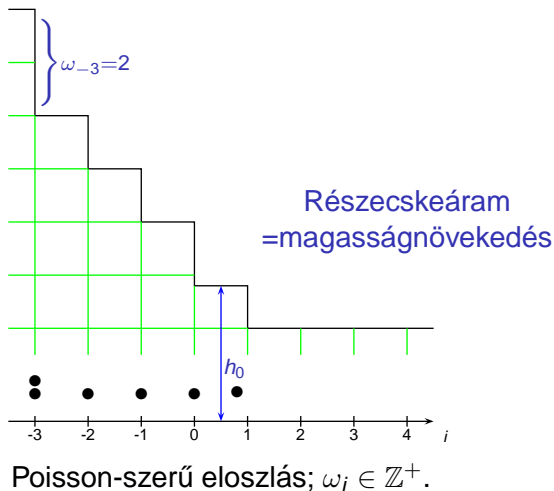
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



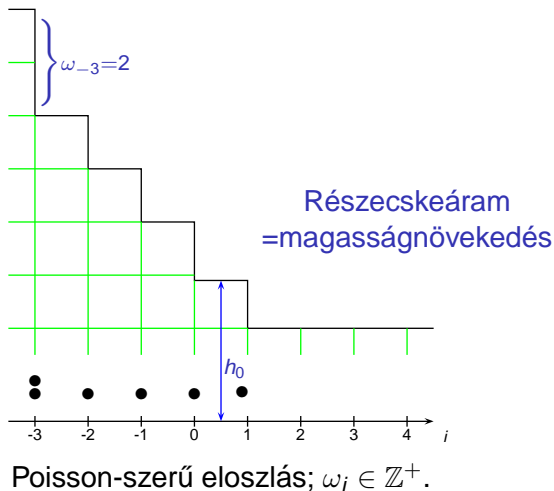
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



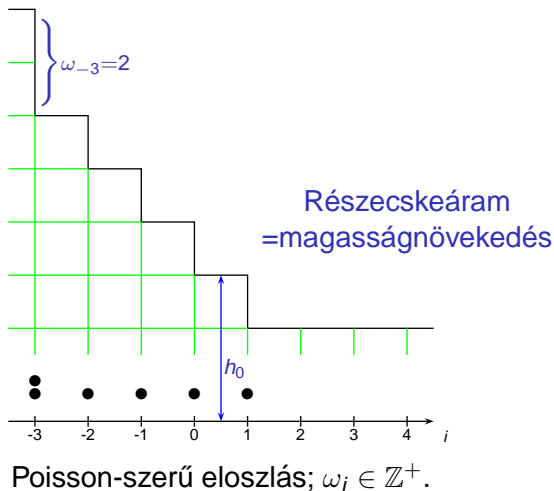
Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

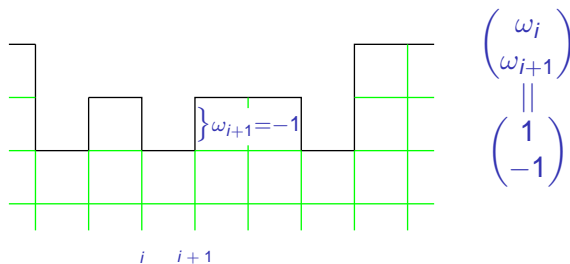
# Az aszimmetrikus zero range folyamat



Részecskék jobbra ugranak  $p \cdot r(\omega_i)$  rátával,  
balra ugranak  $q \cdot r(\omega_i)$  rátával.

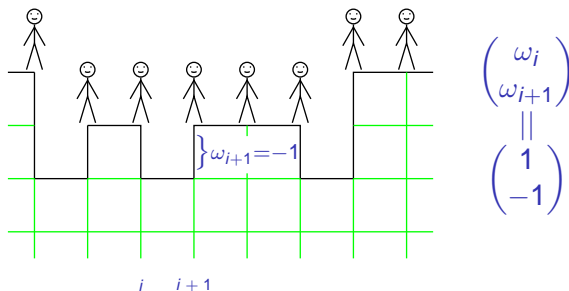


## Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

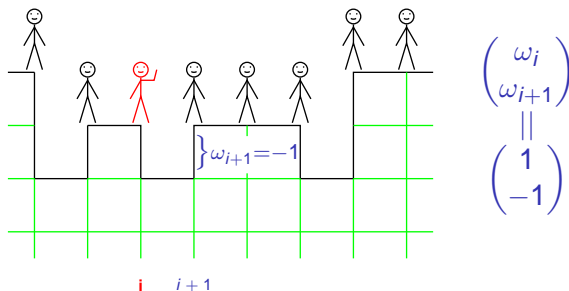


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

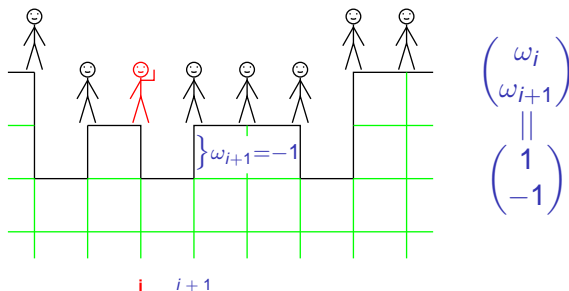


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

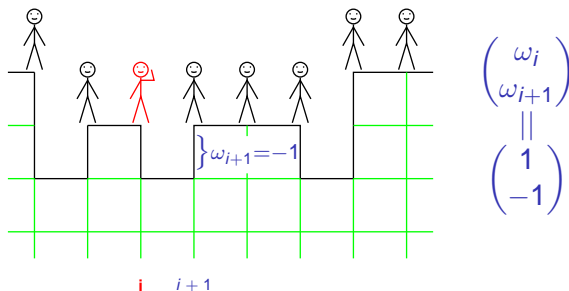


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

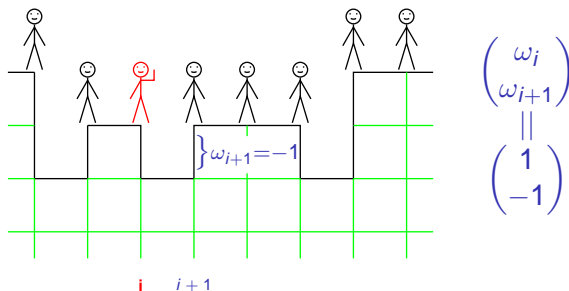


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

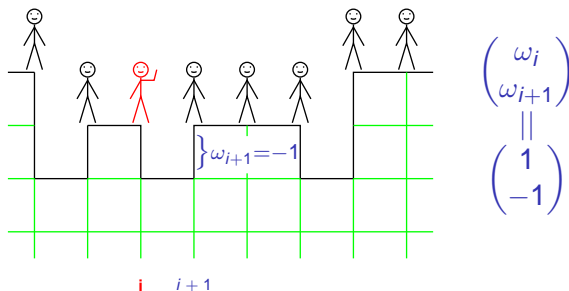


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

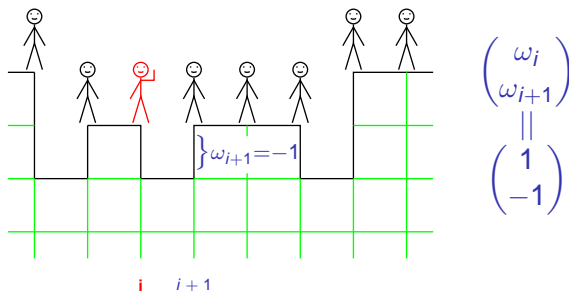


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
 egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



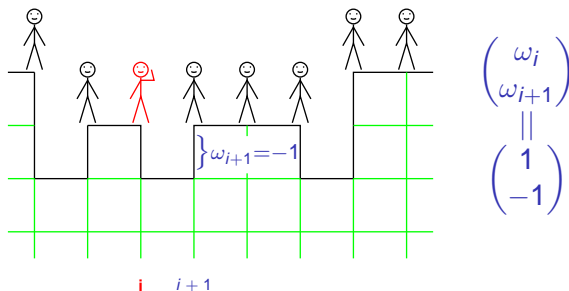
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

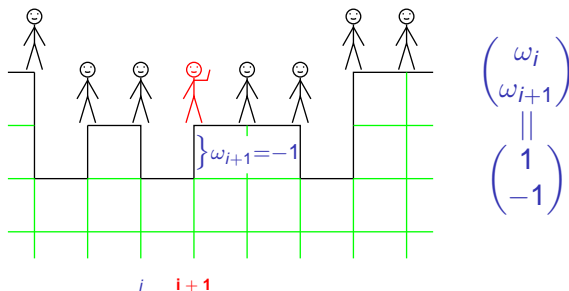


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

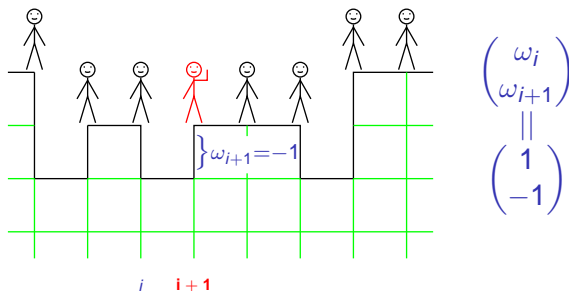


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

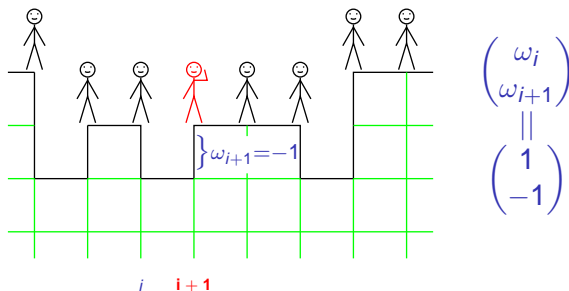


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

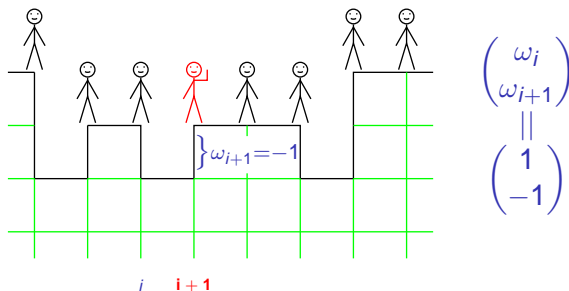


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

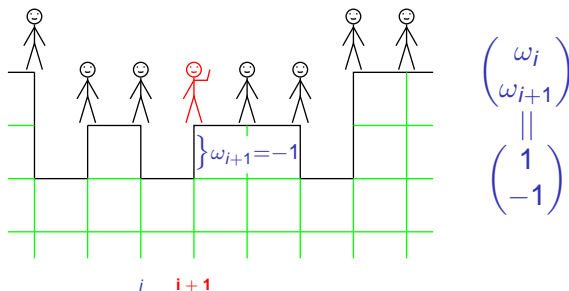


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

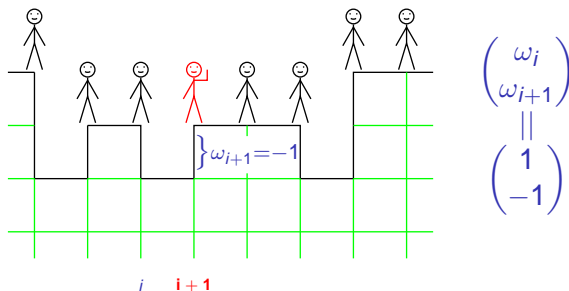


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

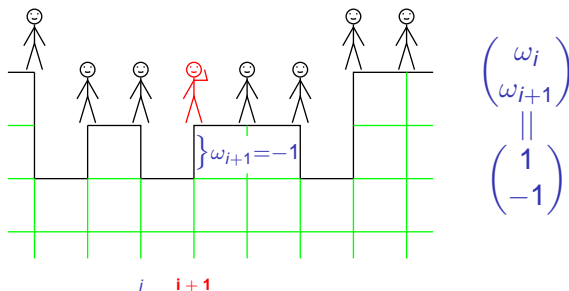


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



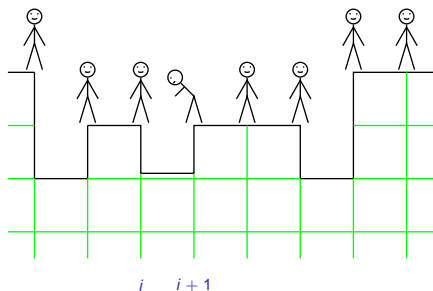
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + \mathbf{r}(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + \mathbf{r}(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

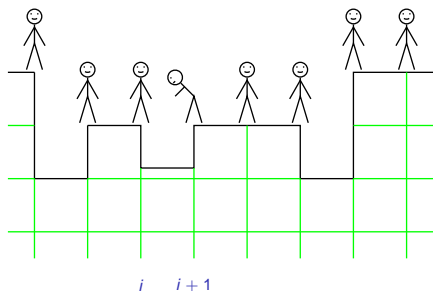
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

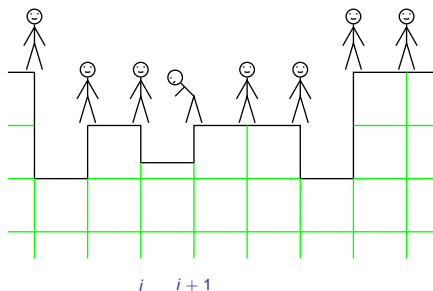
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

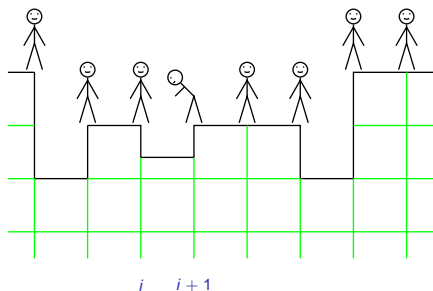
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

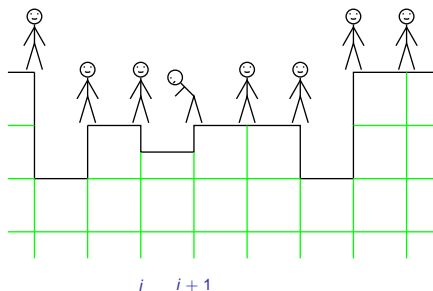
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

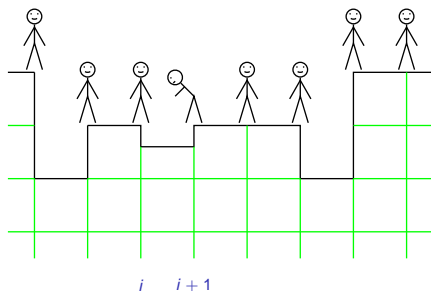
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

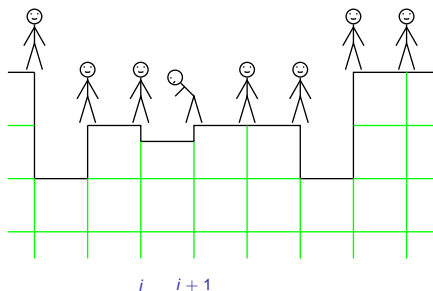
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix}$$

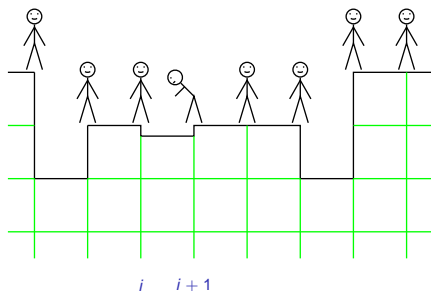
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

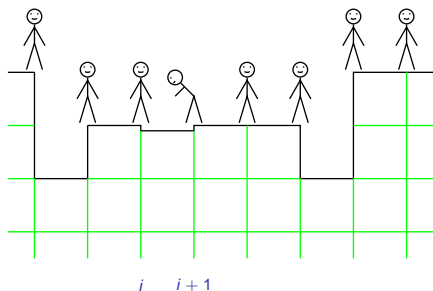
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

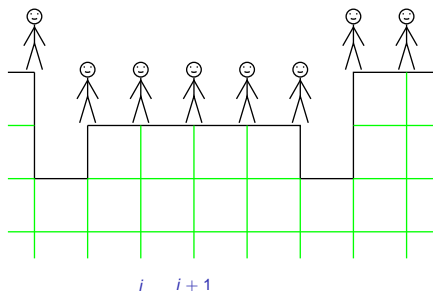
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



$$\begin{pmatrix} \omega_j \\ \omega_{j+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_j - 1 \\ \omega_{j+1} + 1 \end{pmatrix}$$

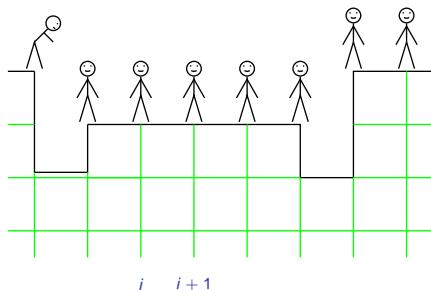
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_j \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_j) + r(-\omega_{j+1})]$  rátával,  
egy téglát elvesznek  $q \cdot [r(-\omega_j) + r(\omega_{j+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

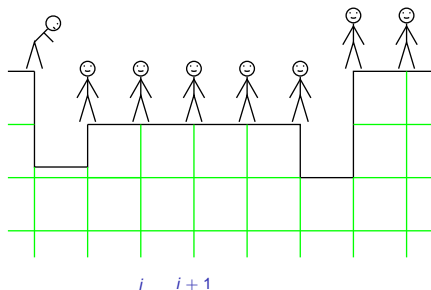


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

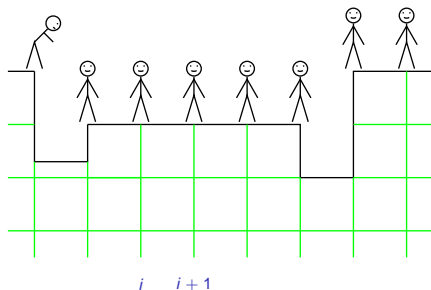


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

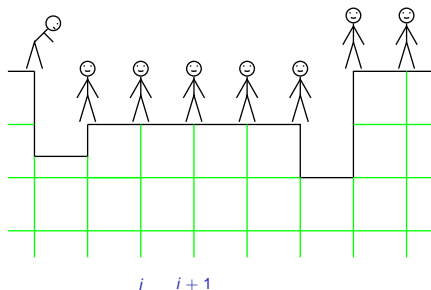


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

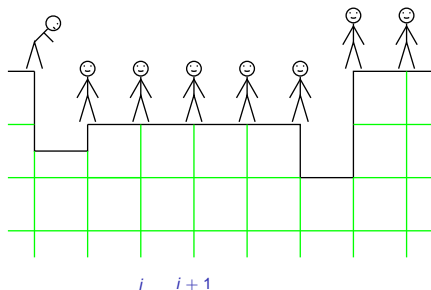


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

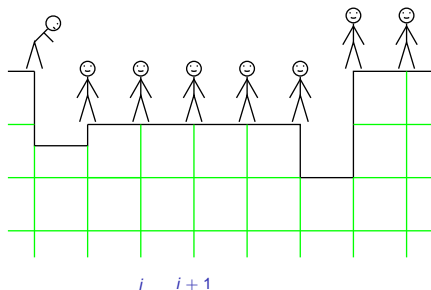


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



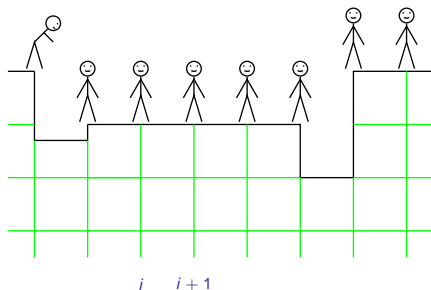
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

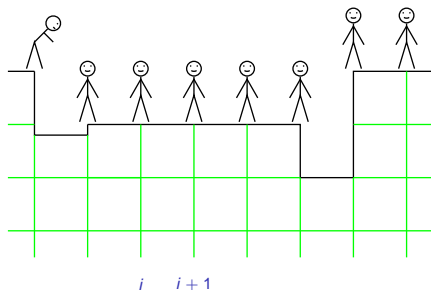


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

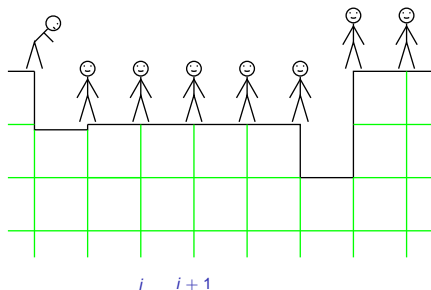


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

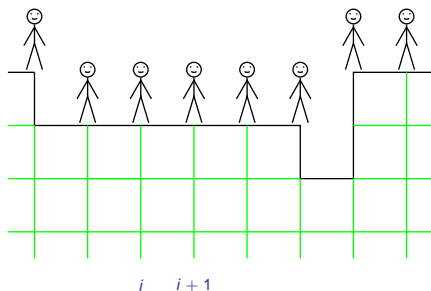


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

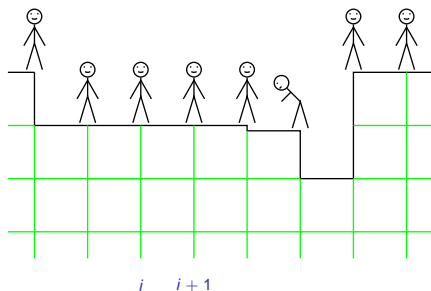


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

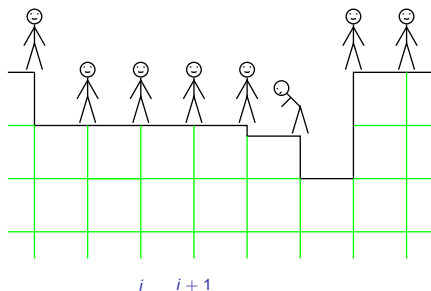


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

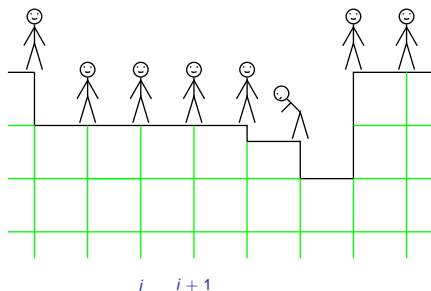


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

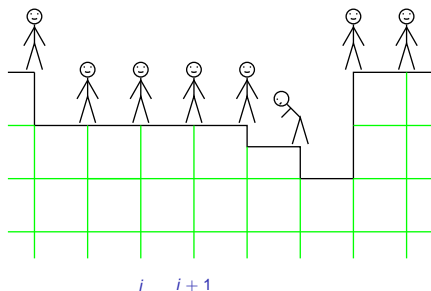


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



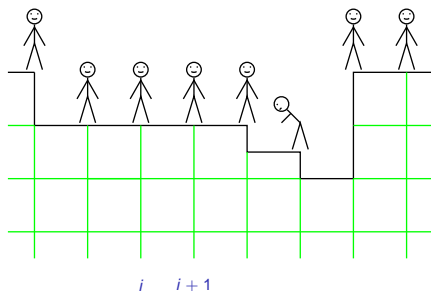
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



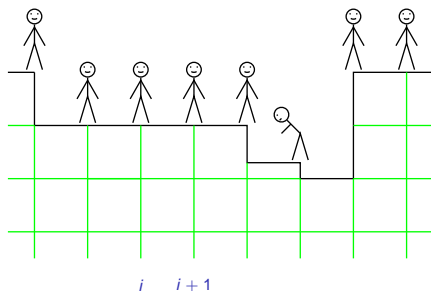
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

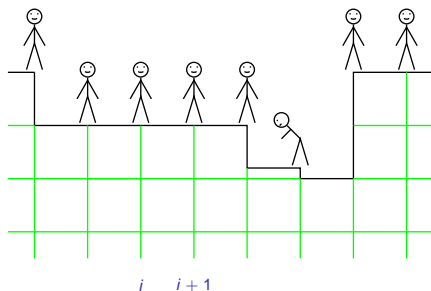


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

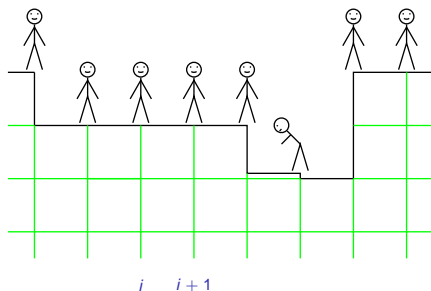


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

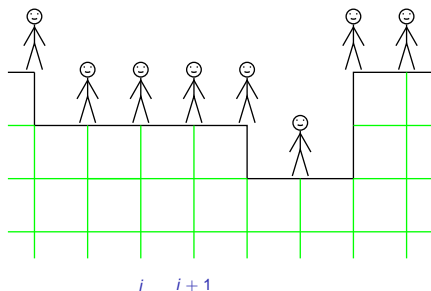


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

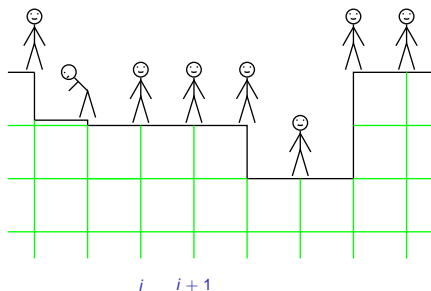


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

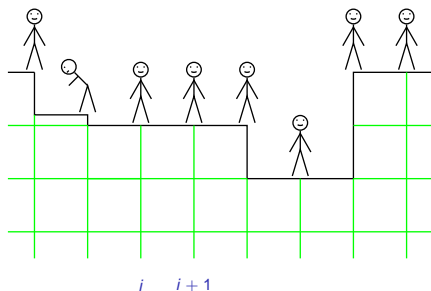


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



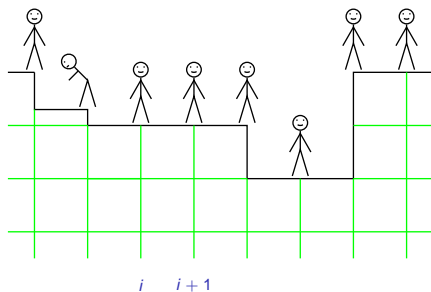
Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

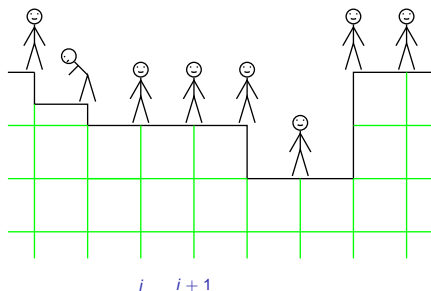


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

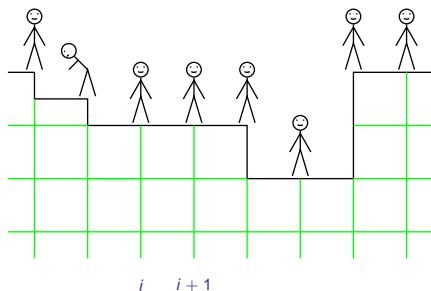


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

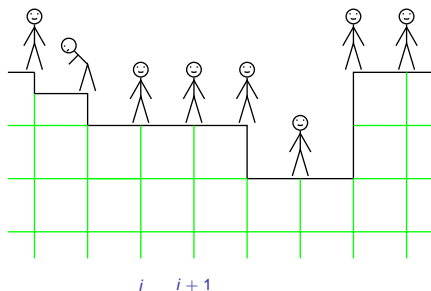


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

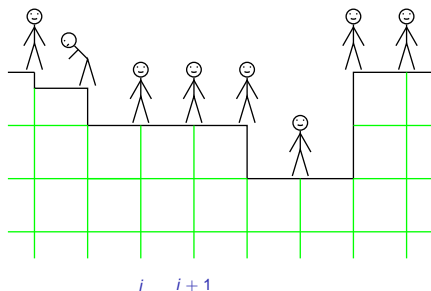


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

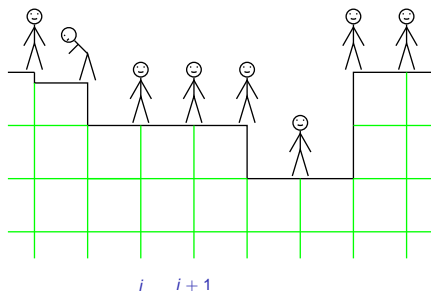


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

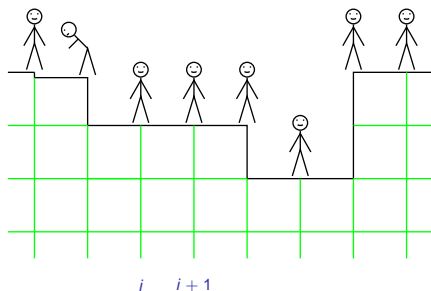


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.

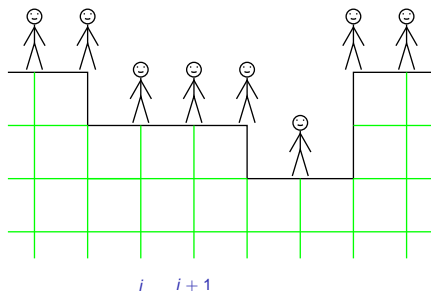


Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$

# Az aszimmetrikus kőműves folyamat Tóth B.



Poisson-szerű eloszlás;  $\omega_i \in \mathbb{Z}$ .

Egy téglát hozzáadnak  $p \cdot [r(\omega_i) + r(-\omega_{i+1})]$  rátával,  
egy téglát levesznek  $q \cdot [r(-\omega_i) + r(\omega_{i+1})]$  rátával.

$$(r(\omega) \cdot r(1 - \omega) = 1; \quad r \text{ monoton növekvő}; \quad q = 1 - p < p).$$



## A modell

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix} \quad p(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával,}$$
$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i + 1 \\ \omega_{i+1} - 1 \end{pmatrix} \quad q(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával, ahol}$$

- ▶  $p$  és  $q$  olyanok, hogy megtartsák az állapotteret (ASEP, ZRP),

## A modell

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix} && p(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával,} \\ \begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i + 1 \\ \omega_{i+1} - 1 \end{pmatrix} && q(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával, ahol} \end{aligned}$$

- ▶  $p$  és  $q$  olyanok, hogy megtartsák az állapotteret (ASEP, ZRP),
- ▶  $p$  monoton nő az első, monoton csökken a második változójában,  $q$  fordítva (attraktivitás),

## A modell

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix} \quad p(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával,}$$

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i + 1 \\ \omega_{i+1} - 1 \end{pmatrix} \quad q(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával, ahol}$$

- ▶  $p$  és  $q$  olyanok, hogy megtartsák az állapotteret (ASEP, ZRP),
- ▶  $p$  monoton nő az első, monoton csökken a második változójában,  $q$  fordítva (attraktivitás),
- ▶ kielégítenek bizonyos algebrai tulajdonságokat  $\rightsquigarrow$  szorzat stacionárius eloszlás,

## A modell

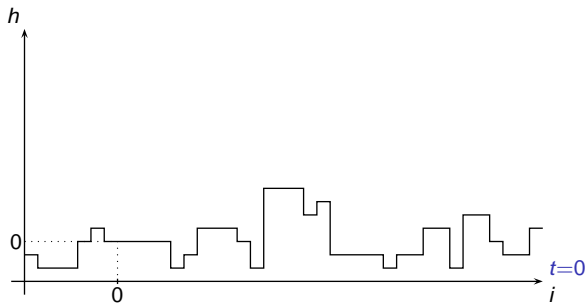
$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i - 1 \\ \omega_{i+1} + 1 \end{pmatrix} \quad p(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával,}$$

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \omega_i + 1 \\ \omega_{i+1} - 1 \end{pmatrix} \quad q(\omega_i, \omega_{i+1}) \text{ rátával, ahol}$$

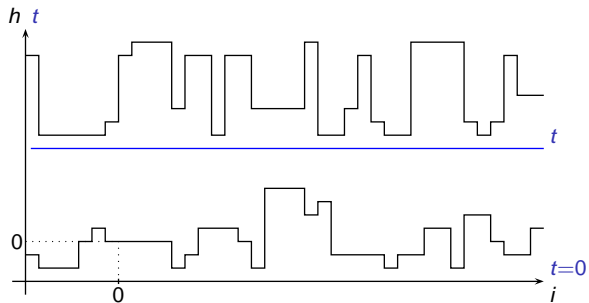
- ▶  $p$  és  $q$  olyanok, hogy megtartsák az állapotteret (ASEP, ZRP),
- ▶  $p$  monoton nő az első, monoton csökken a második változójában,  $q$  fordítva (attraktivitás),
- ▶ kielégítenek bizonyos algebrai tulajdonságokat  $\rightsquigarrow$  szorzat stacionárius eloszlás,
- ▶ kielégítenek bizonyos regularitási tulajdonságokat  $\rightsquigarrow$  a dinamika létezik.



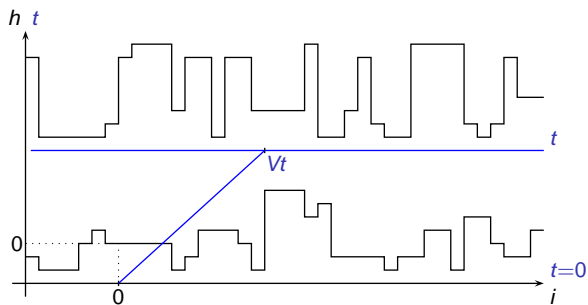
# Időintegrált részecskeáram



# Időintegrált részecskeáram

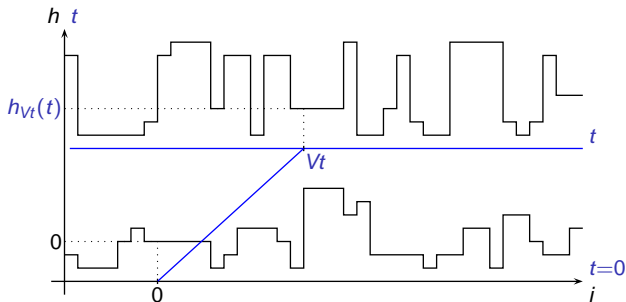


# Időintegrált részecskeáram





# Időintegrált részecskeáram



$h_{Vt}(t)$  = a  $V$  sebességű megfigyelő feletti falmagasság.  
 = a megfigyelőt megelőző részecskék  
 előjeles száma.

(Emlékezzünk: részecskeáram=falnövekedés.)

# A kérdés

...  $h_{vt}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.

# A kérdés

- ...  $h_{V_t}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.
- ▶  $\mathbf{E}(h_{V_t}(t)) = t \cdot \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  könnyen számolható (pl. martingálokkal).

# A kérdés

...  $h_{V_t}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.

- ▶  $\mathbf{E}(h_{V_t}(t)) = t \cdot \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  könnyen számolható (pl. martingálokkal).
- ▶ Nagy számok törvénye:  $\frac{h_{V_t}(t)}{t} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  ergodikus érvelésekből.

# A kérdés

...  $h_{V_t}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.

- ▶  $\mathbf{E}(h_{V_t}(t)) = t \cdot \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  könnyen számolható (pl. martingálokkal).
- ▶ Nagy számok törvénye:  $\frac{h_{V_t}(t)}{t} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  ergodikus érvelésekből.
- ▶  $\mathbf{Var}(h_{V_t}(t))$ ? Azaz skálázás, skálalimesz? Centrális határeloszlástétel, ha egyáltalán releváns?

# A kérdés

...  $h_{V_t}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.

- ▶  $\mathbf{E}(h_{V_t}(t)) = t \cdot \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  könnyen számolható (pl. martingálokkal).
- ▶ Nagy számok törvénye:  $\frac{h_{V_t}(t)}{t} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  ergodikus érvelésekből.
- ▶  $\mathbf{Var}(h_{V_t}(t))$ ? Azaz skálázás, skálalimesz? Centrális határeloszlástétel, ha egyáltalán releváns?
- ▶  $h_{V_t}(t)$  határeloszlása a megfelelő skálázásban?

# A kérdés

...  $h_{V_t}(t)$  tulajdonságai a stacionárius időfejlődésben.

- ▶  $\mathbf{E}(h_{V_t}(t)) = t \cdot \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  könnyen számolható (pl. martingálokkal).
- ▶ Nagy számok törvénye:  $\frac{h_{V_t}(t)}{t} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \mathbf{E}(\text{növ. ráta})$  ergodikus érvelésekből.
- ▶ **Var( $h_{V_t}(t)$ )? Azaz skálázás, skálalimesz? Centrális határeloszlástétel, ha egyáltalán releváns?**
- ▶  $h_{V_t}(t)$  határeloszlása a megfelelő skálázásban?

## Hidrodinamika (nagyon röviden)

A *sűrűség*  $\rho := \mathbf{E}(\omega)$  és a *hidrodinamikai fluxus*  $H := \mathbf{E}[\text{növekedési ráta}]$  mindketten a stacionárius eloszlás paraméterétől függenek.



# Hidrodinamika (nagyon röviden)

A *sűrűség*  $\varrho := \mathbf{E}(\omega)$  és a *hidrodinamikai fluxus*  $H := \mathbf{E}[\text{növekedési ráta}]$  mindkettlen a stacionárius eloszlás paraméterétől függenek.

- ▶  $H(\varrho)$  a *hidrodinamikai fluxus*.

## Hidrodinamika (nagyon röviden)

A *sűrűség*  $\varrho := \mathbf{E}(\omega)$  és a *hidrodinamikai fluxus*  $H := \mathbf{E}[\text{növekedési ráta}]$  mindkettő a stacionárius eloszlás paraméterétől függenek.

- ▶  $H(\varrho)$  a *hidrodinamikai fluxus*.
- ▶ Ha a folyamat *lokálisan* stacionárius, de az  $X = \varepsilon i$  és  $T = \varepsilon t$  nagyléptékű változóktól függenek, akkor

$$\partial_T \varrho(T, X) + \partial_X H(\varrho(T, X)) = 0 \quad (\text{megmaradási törvény}).$$

## Hidrodinamika (nagyon röviden)

A *sűrűség*  $\varrho := \mathbf{E}(\omega)$  és a *hidrodinamikai fluxus*  $H := \mathbf{E}[\text{növekedési ráta}]$  mindketten a stacionárius eloszlás paraméterétől függenek.

- ▶  $H(\varrho)$  a *hidrodinamikai fluxus*.
- ▶ Ha a folyamat *lokálisan* stacionárius, de az  $X = \varepsilon i$  és  $T = \varepsilon t$  nagyléptékű változóktól függenek, akkor

$$\partial_T \varrho(T, X) + \partial_X H(\varrho(T, X)) = 0 \quad (\text{megmaradási törvény}).$$

- ▶ A *karakterisztika* egy olyan  $X(T)$  trajektória, melynek mentén  $\varrho(T, X(T))$  egy konstans.

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\partial_T \varrho + \dot{X}(T) \cdot \partial_X \varrho = \frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\partial_T \varrho + \dot{X}(T) \cdot \partial_X \varrho = \frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$



## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\partial_T \varrho + \dot{X}(T) \cdot \partial_X \varrho = \frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$

Azaz:  $\dot{X}(T) = H'(\varrho) =: C$  a karakterisztikus sebesség.

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\partial_T \varrho + \dot{X}(T) \cdot \partial_X \varrho = \frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$

Azaz:  $\dot{X}(T) = H'(\varrho) =: C$  a karakterisztikus sebesség.

Ha  $H(\varrho)$  konvex vagy konkáv, akkor a  $\varrho$ -hoz és  $\lambda$ -hoz tartozó Rankine-Hugoniot sebesség

$$R = \frac{H(\varrho) - H(\lambda)}{\varrho - \lambda}.$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

$$\partial_T \varrho + \partial_X H(\varrho) = 0$$

$$\partial_T \varrho + H'(\varrho) \cdot \partial_X \varrho = 0 \quad (\text{amíg sima})$$

$$\partial_T \varrho + \dot{X}(T) \cdot \partial_X \varrho = \frac{d}{dT} \varrho(T, X(T)) = 0$$

Azaz:  $\dot{X}(T) = H'(\varrho) =: C$  a karakterisztikus sebesség.

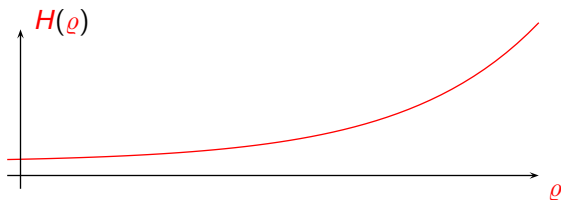
Ha  $H(\varrho)$  konvex vagy konkáv, akkor a  $\varrho$ -hoz és  $\lambda$ -hoz tartozó Rankine-Hugoniot sebesség

$$R = \frac{H(\varrho) - H(\lambda)}{\varrho - \lambda}.$$

Ez lenne egy  $\varrho$  és  $\lambda$  sűrűségekhez tartozó lökéshullám sebessége.

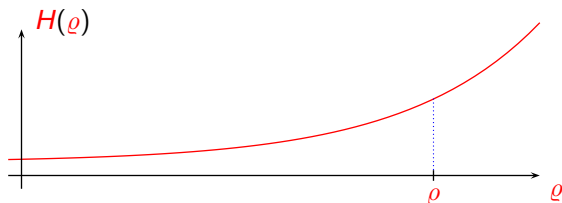
# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):



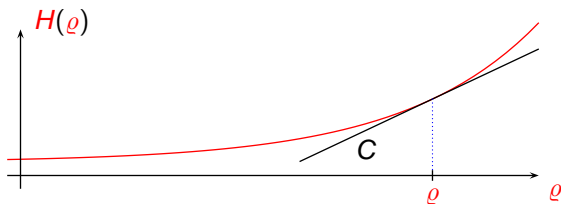
# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):



# Karakterisztika (nagyon röviden)

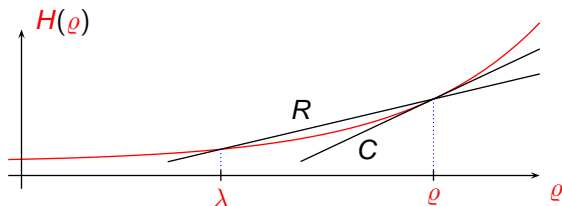
Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):



$$C = H'(\rho)$$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

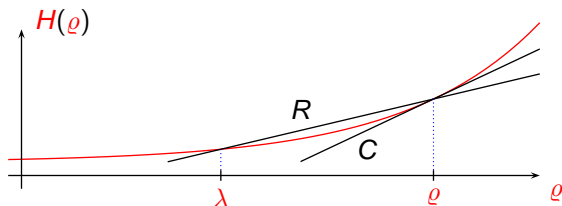
Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):



$$C = H'(\rho) \quad R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):

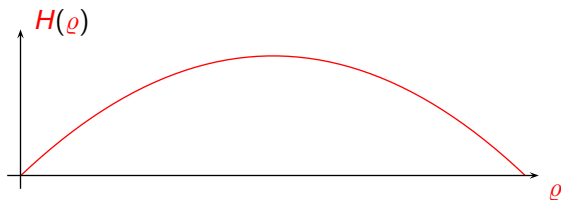


$$C = H'(\rho) > R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$



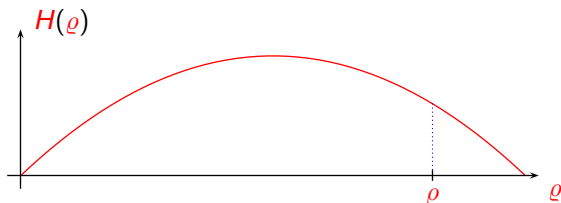
# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



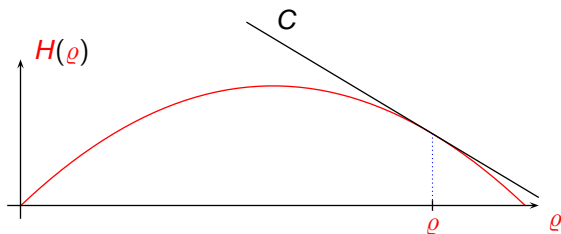
# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



# Karakterisztika (nagyon röviden)

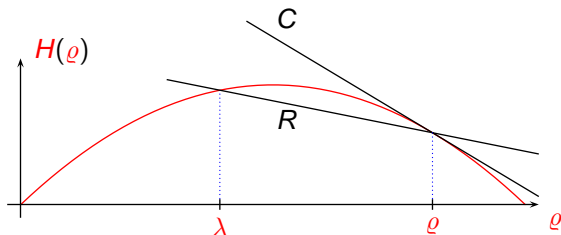
Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



$$C = H'(\rho)$$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

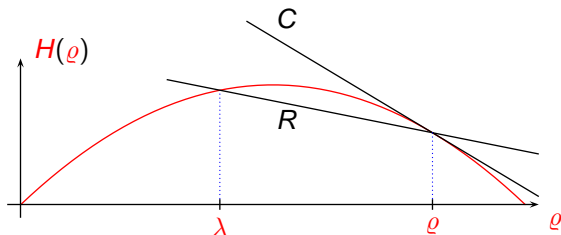
Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



$$C = H'(\rho) \quad R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

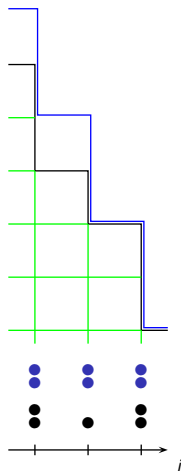
Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



$$C = H'(\rho) < R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

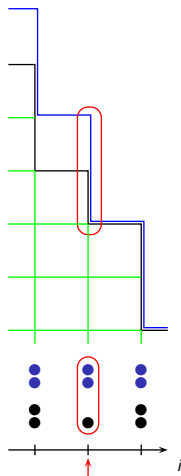
# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



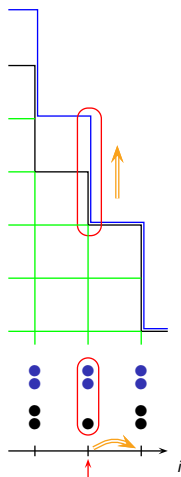
# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

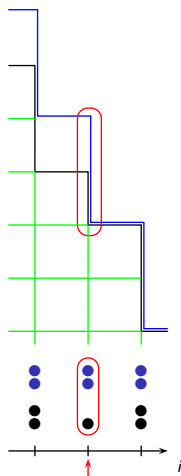


Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$



## Eszköz: a másodosztályú részecske

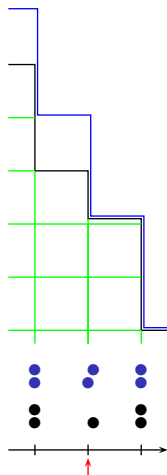
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

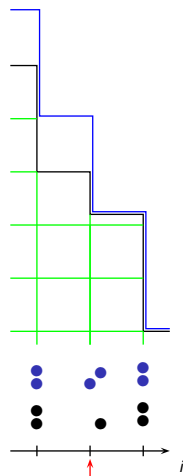
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

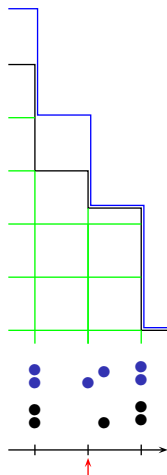
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

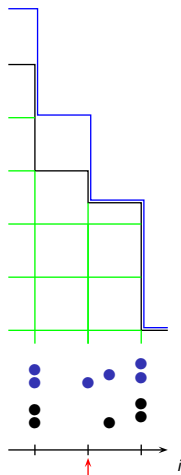
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
rátával:

## Eszköz: a másodosztályú részecske

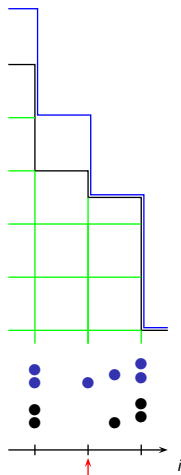
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

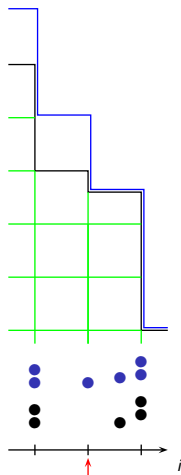
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

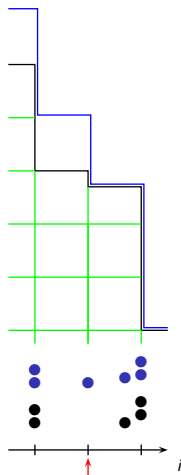
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

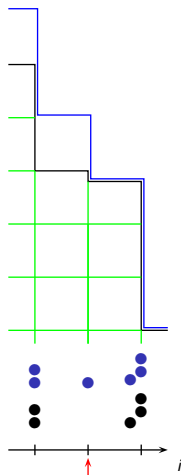


Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:



## Eszköz: a másodosztályú részecske

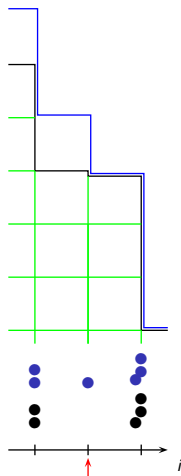
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

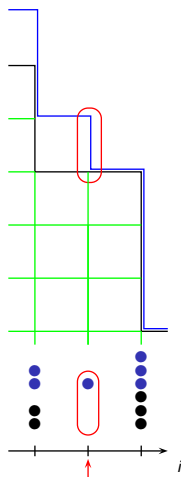
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

## Eszköz: a másodosztályú részecske

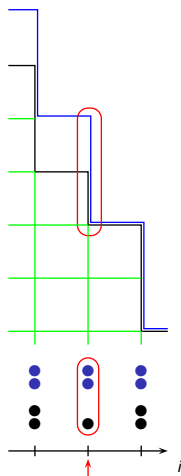
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 rátával:

# Eszköz: a másodosztályú részecske

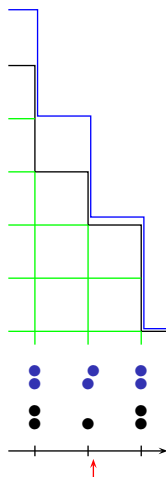
Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:  
 $\text{ráta} \leq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



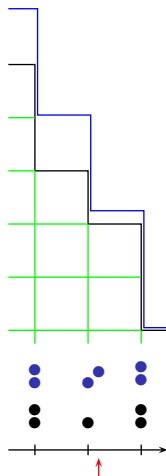
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



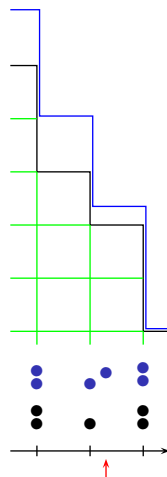
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



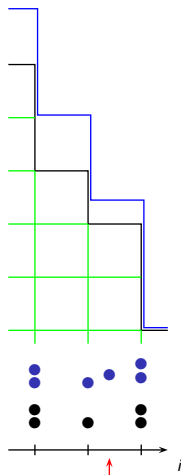
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:

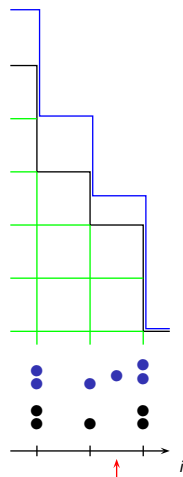
$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



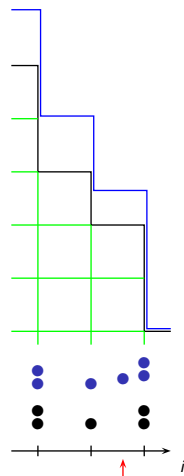
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta} - \text{rátával:}$

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



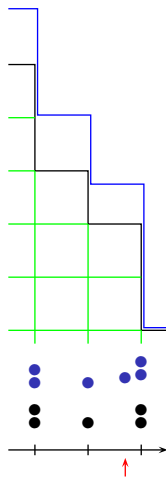
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



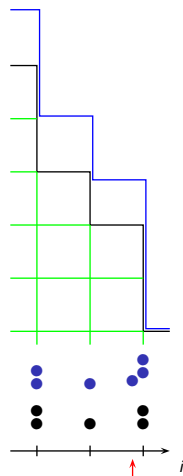
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



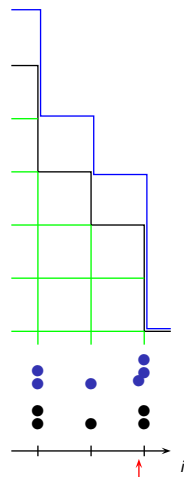
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ - $\text{rátával}$ :

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



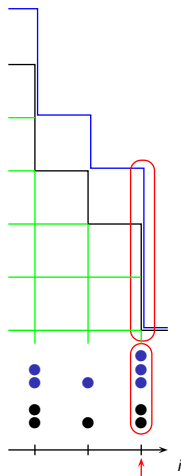
Növekedés jobbra:

$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta}$ -rátával:

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.



Növekedés jobbra:

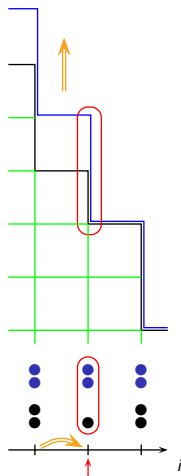
$\text{ráta} \leq \text{ráta}$

$\text{ráta} - \text{rátával:}$

# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

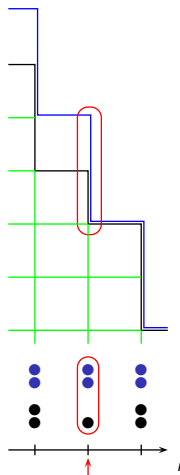
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:

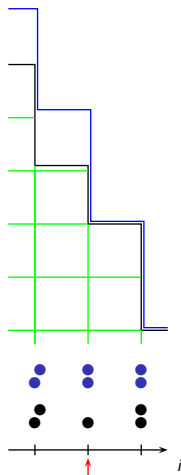




# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

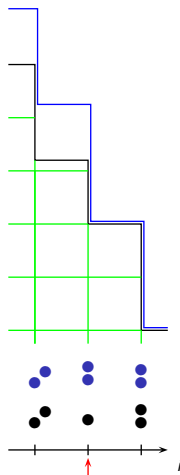
Növekedés balra:  
ráta  $\geq$  ráta  
rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

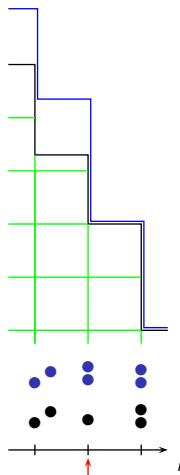
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

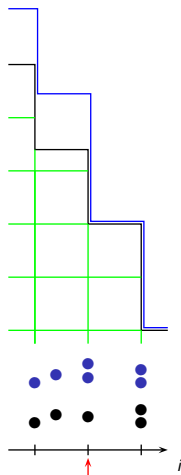
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

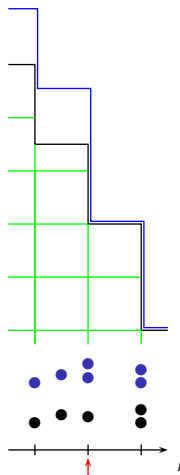
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

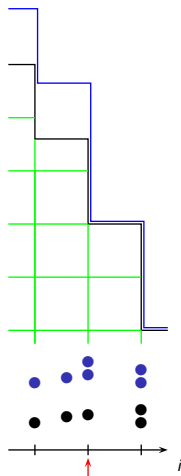
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

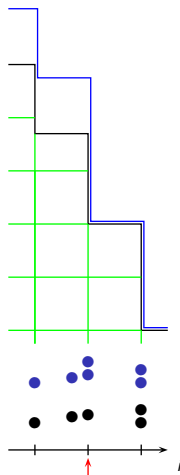
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

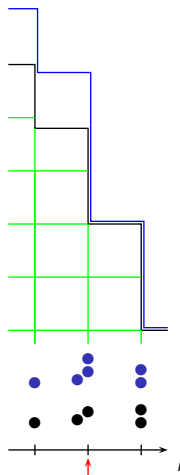
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:

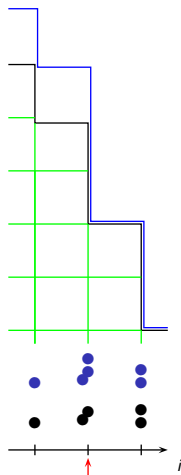




# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

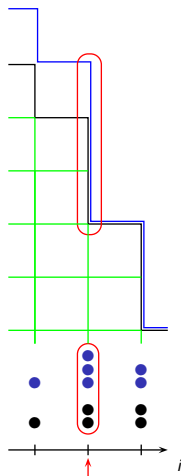
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

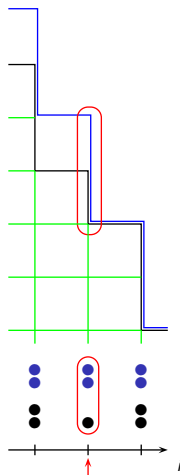
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 rátával:



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

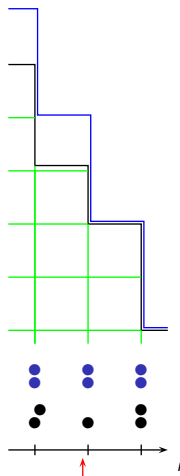
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

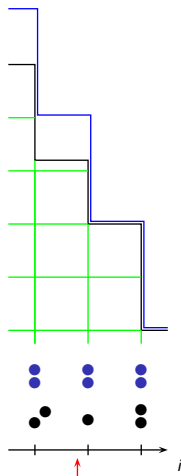
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

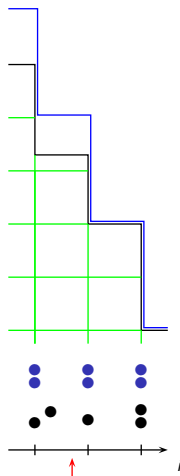
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

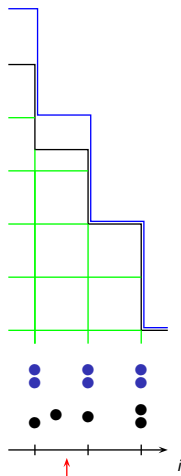
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

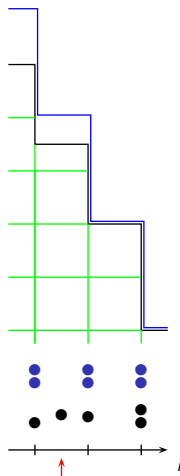
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$

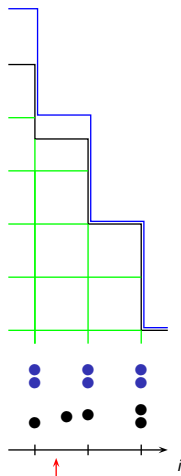




# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

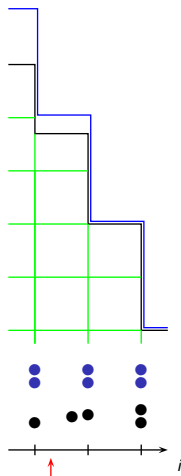
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

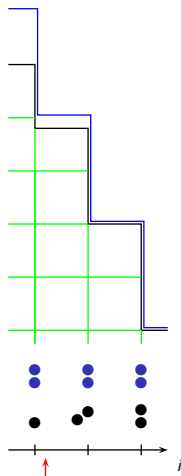
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

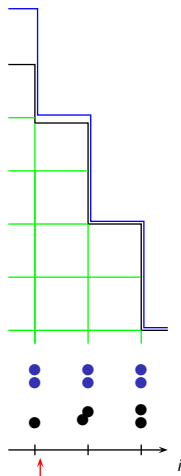
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

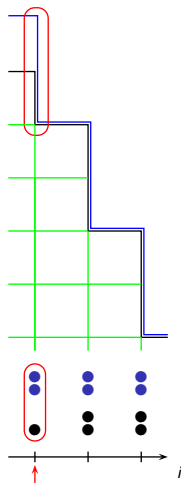
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

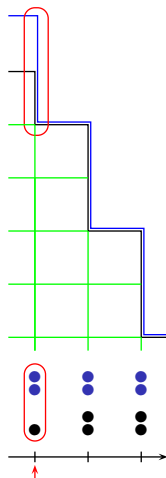
Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



# Eszköz: a másodosztályú részecske

Az  $\omega$  és  $\omega$  állapotok egyetlen helyen különböznek.

Növekedés balra:  
 $\text{ráta} \geq \text{ráta}$   
 $\text{ráta} - \text{rátával:}$



Egyetlen különbség,  $\uparrow$ , a *másodosztályú részecske* megmarad.  
 Helye  $t$ -kor  $Q(t)$ .

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Tétel (B. - Seppäläinen; ötletek Tóth B.-tól, H. Spohn-tól és M. Prähofer-től)

(*Majdnem*) *stacionárius eloszlásból indítva,*

$$\mathbf{E}(Q(t)) = C \cdot t$$

*az egész modellcsaládban.*

## Eszköz: a másodosztályú részecske

Tétel (B. - Seppäläinen; ötletek Tóth B.-tól, H. Spohn-tól és M. Prähofer-től)

(*Majdnom*) *stacionárius eloszlásból indítva,*

$$\mathbf{E}(Q(t)) = C \cdot t$$

*az egész modellcsaládban.*

C a **karakterisztikus sebesség**.



## Eszköz: a másodosztályú részecske

Tétel (B. - Seppäläinen; ötletek Tóth B.-tól, H. Spohntól és M. Prähofer-től)

(*Majdnem*) *stacionárius eloszlásból indítva,*

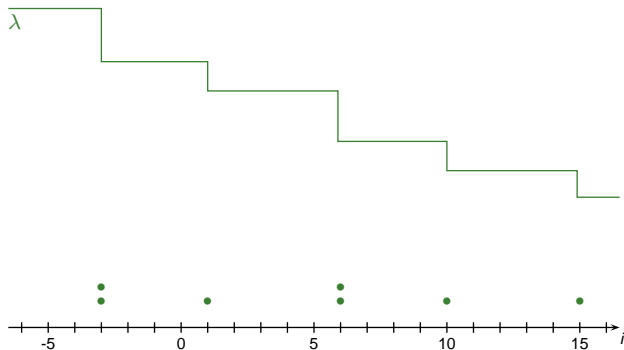
$$\mathbf{E}(Q(t)) = C \cdot t$$

*az egész modellcsaládban.*

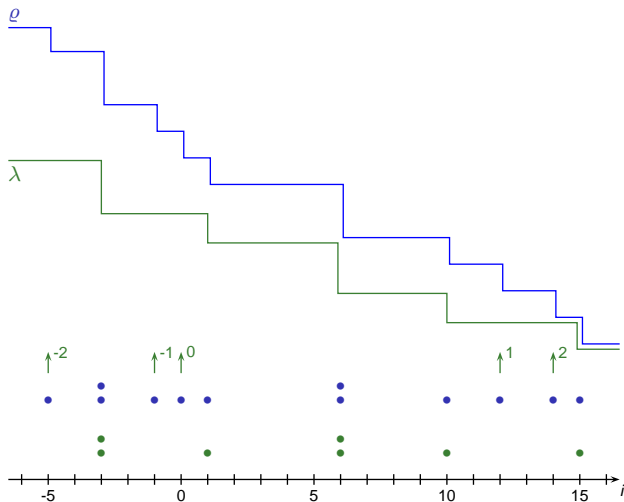
C a **karakterisztikus sebesség**.

A másodosztályú részecske követi a karakterisztikát, ez régóta ismert.

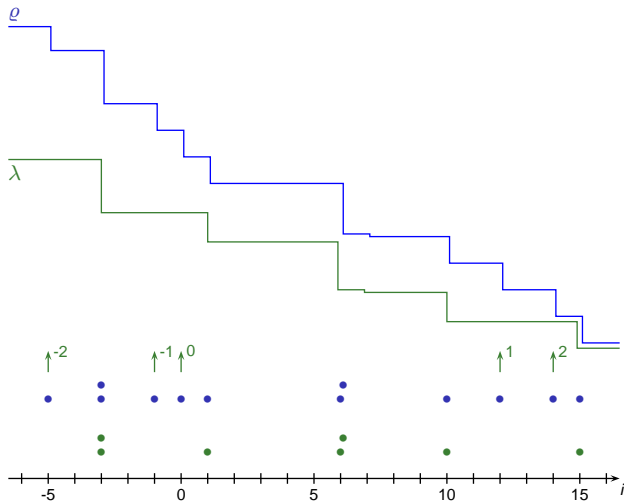
# Sok másodosztályú részecske



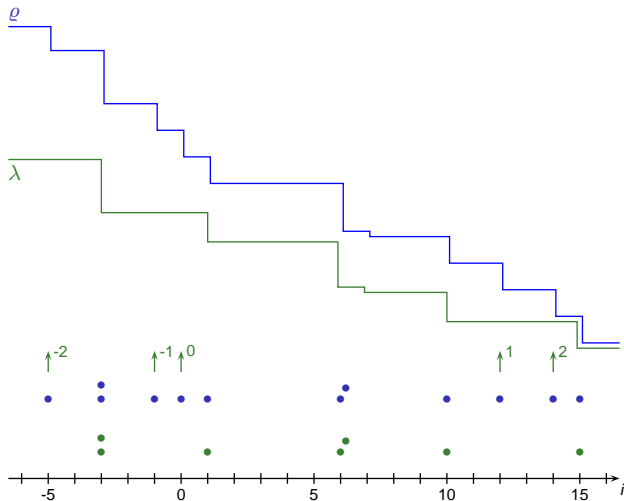
# Sok másodosztályú részecske



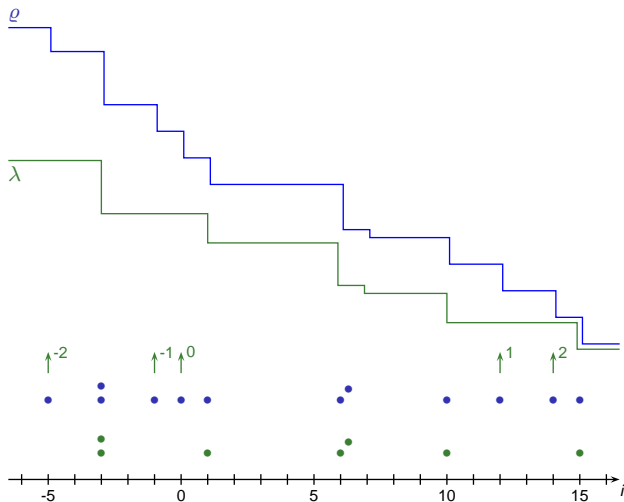
# Sok másodosztályú részecske



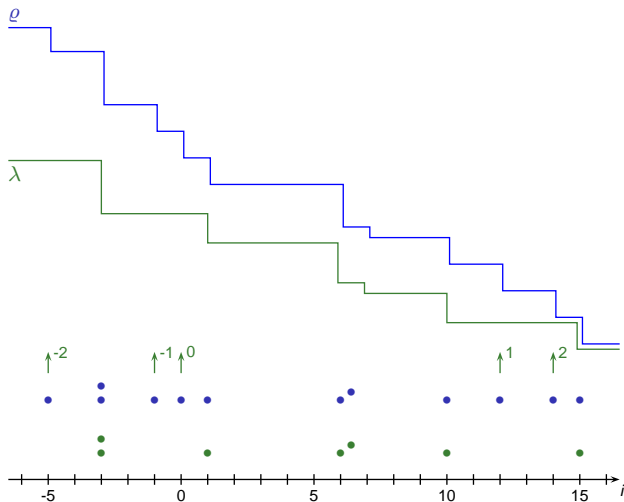
# Sok másodosztályú részecske



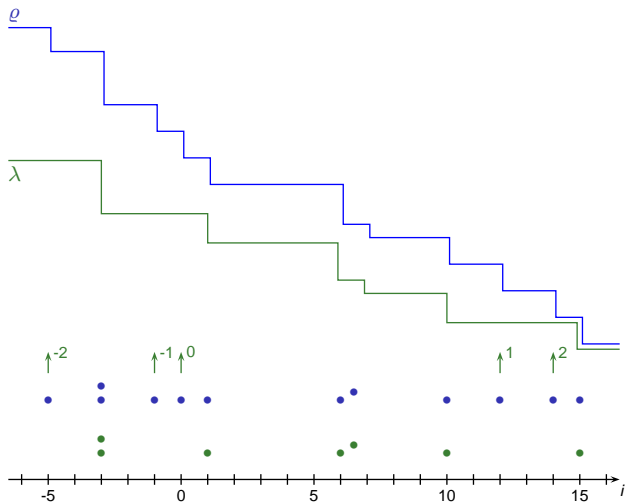
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

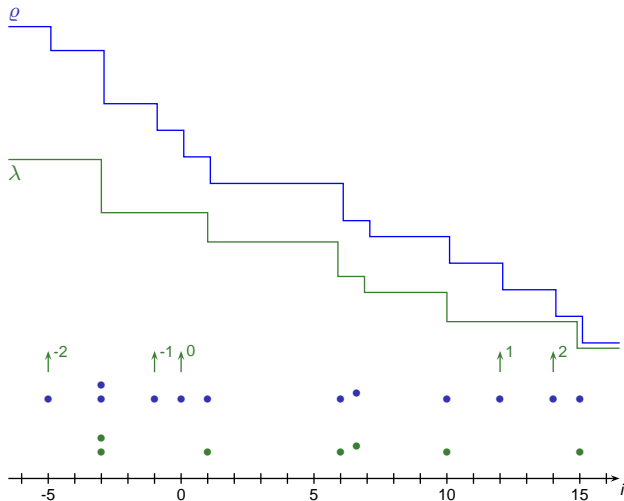


# Sok másodosztályú részecske

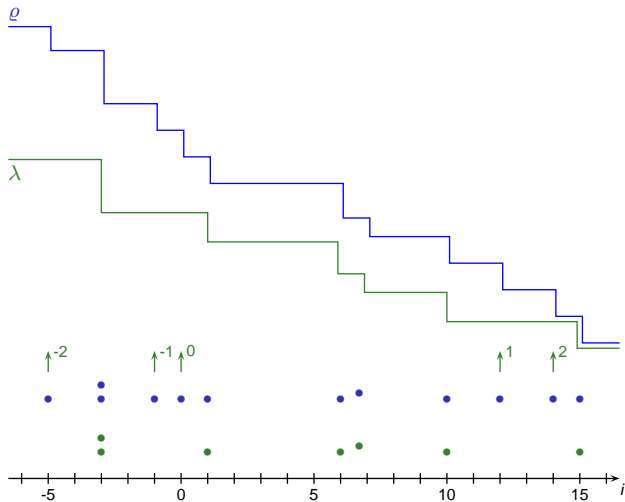




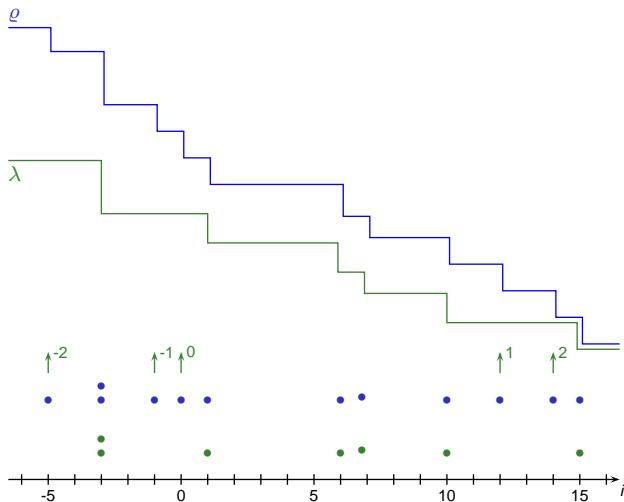
# Sok másodosztályú részecske



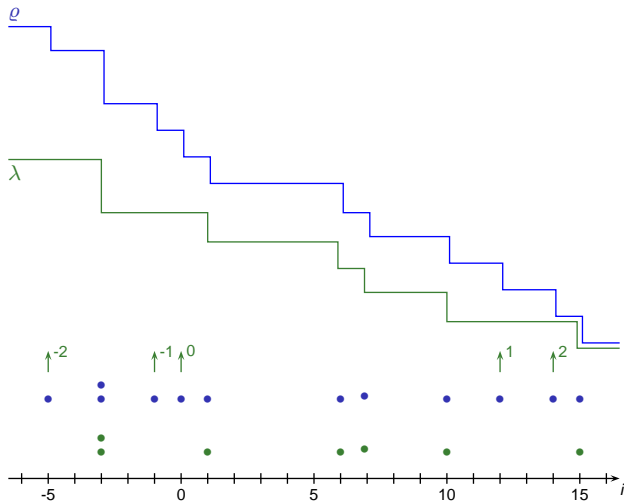
# Sok másodosztályú részecske



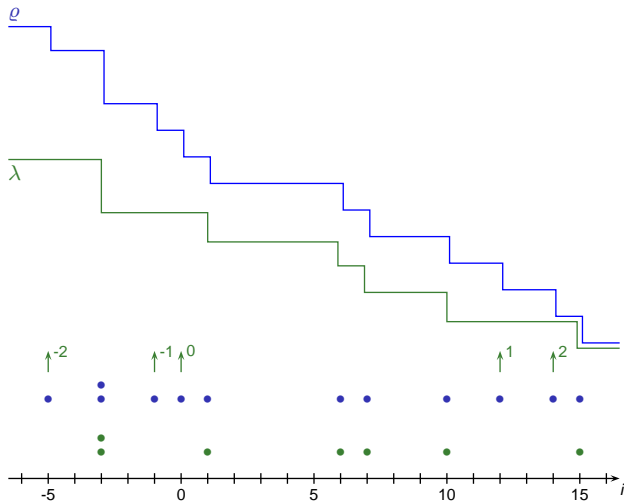
# Sok másodosztályú részecske



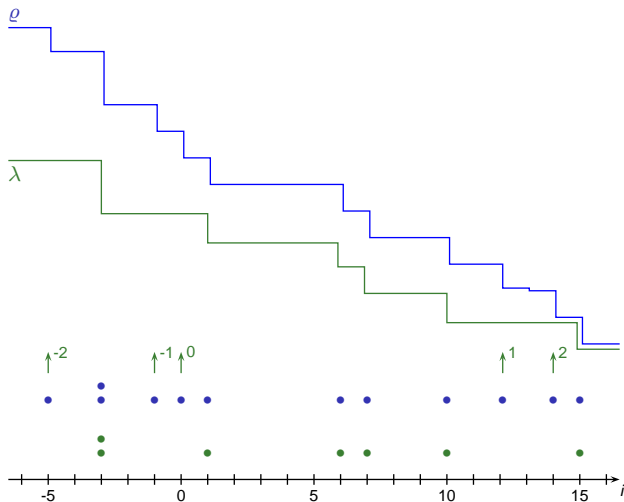
# Sok másodosztályú részecske



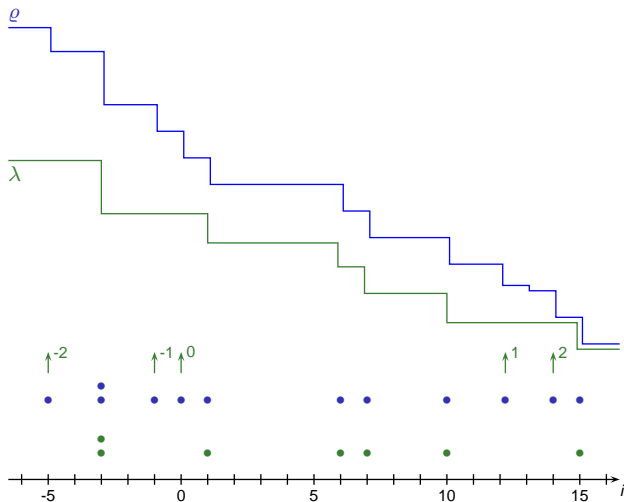
# Sok másodosztályú részecske



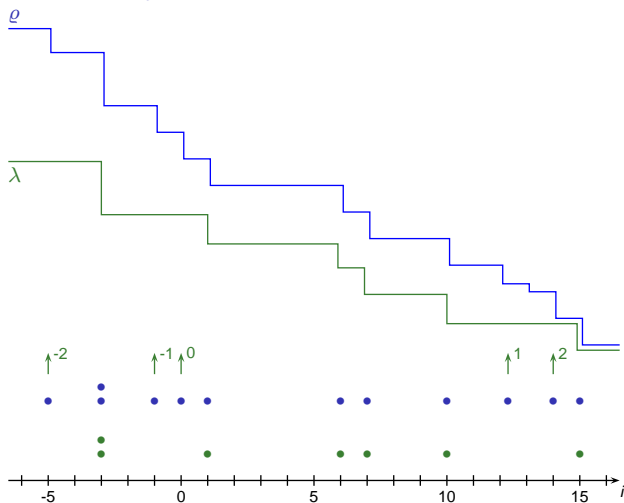
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

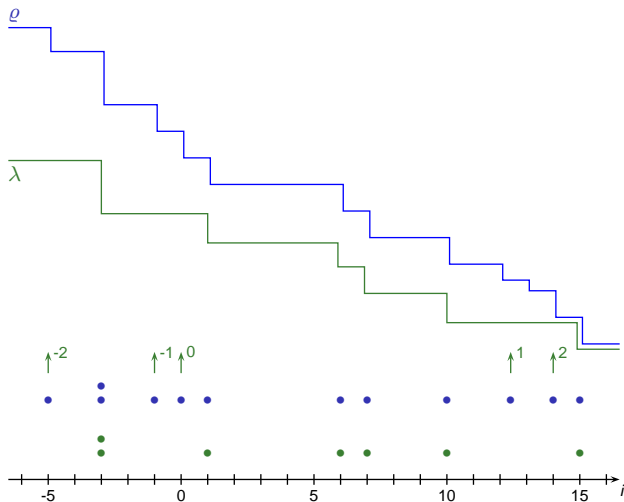


# Sok másodosztályú részecske

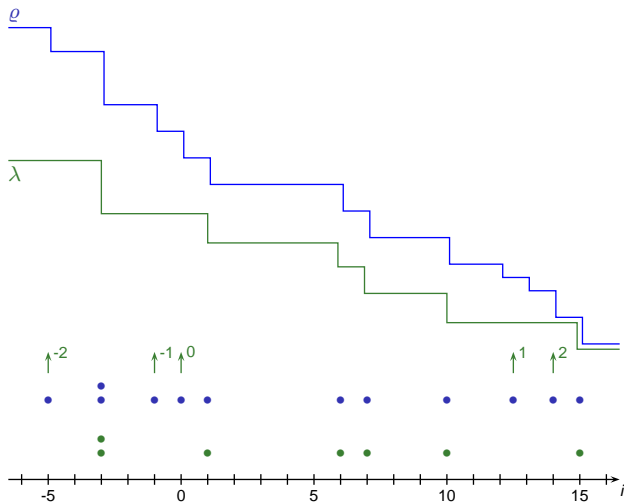




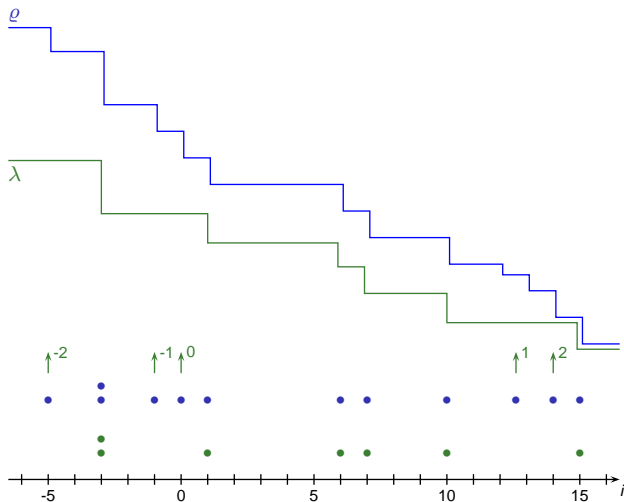
# Sok másodosztályú részecske



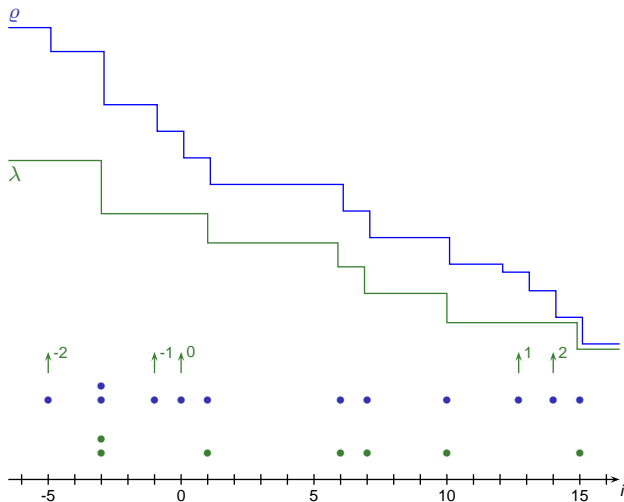
# Sok másodosztályú részecske



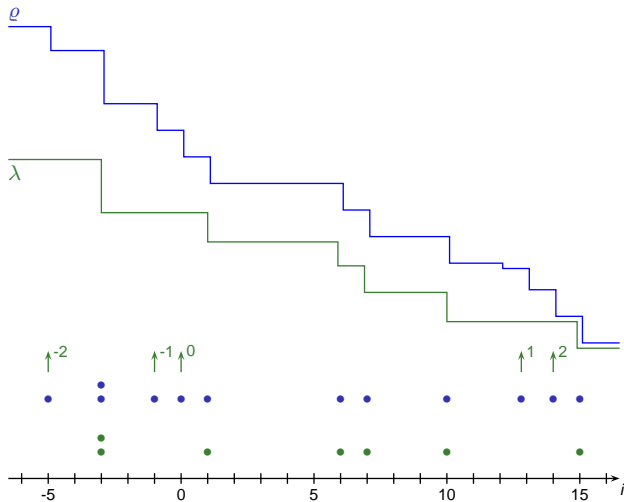
# Sok másodosztályú részecske



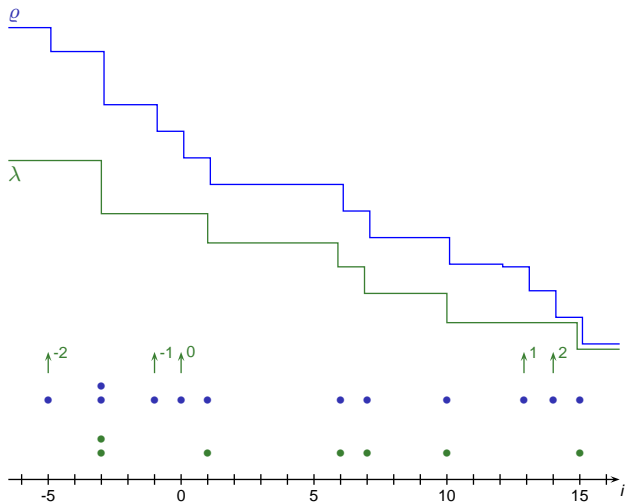
# Sok másodosztályú részecske



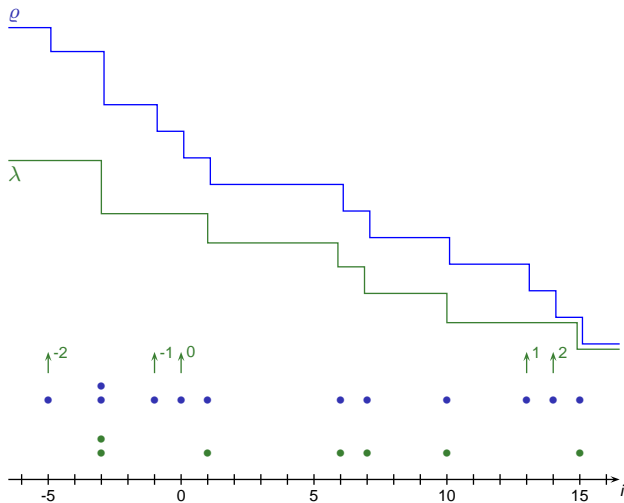
# Sok másodosztályú részecske



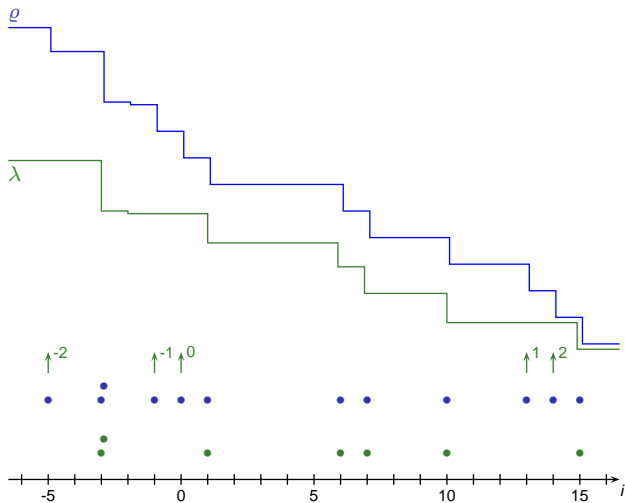
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

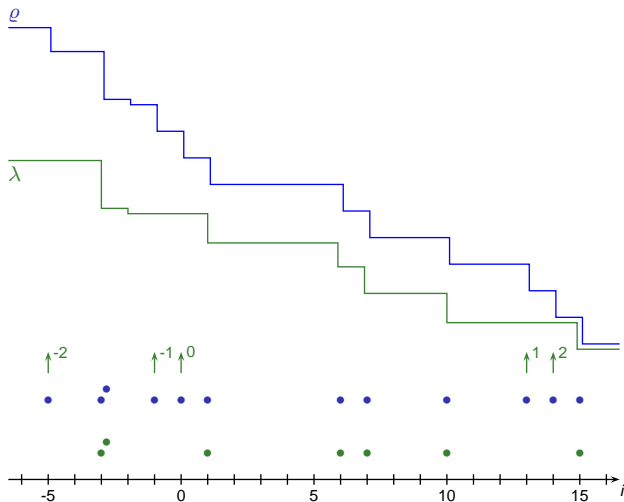


# Sok másodosztályú részecske

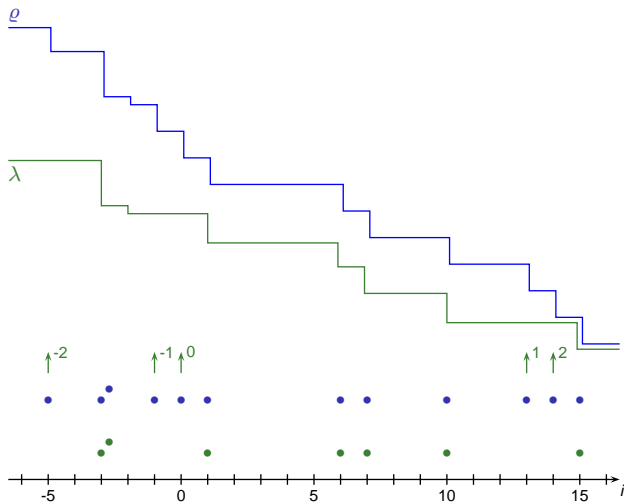




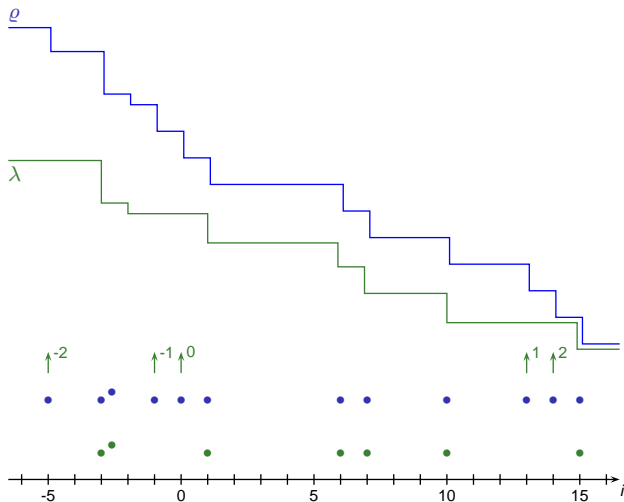
# Sok másodosztályú részecske



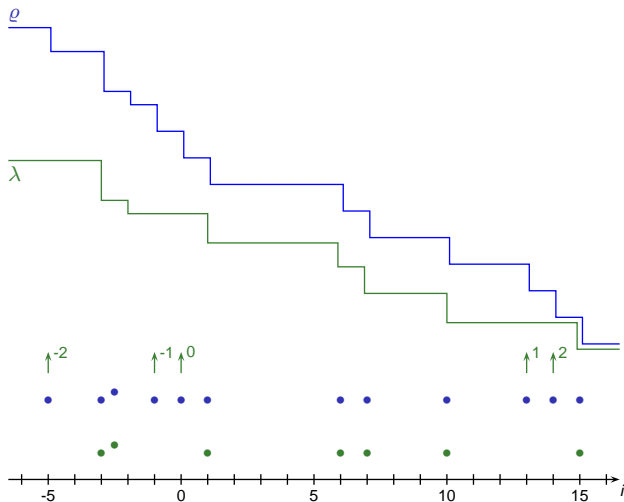
# Sok másodosztályú részecske



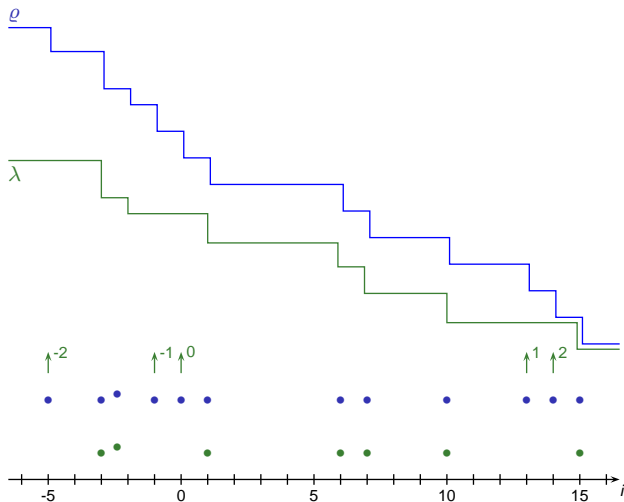
# Sok másodosztályú részecske



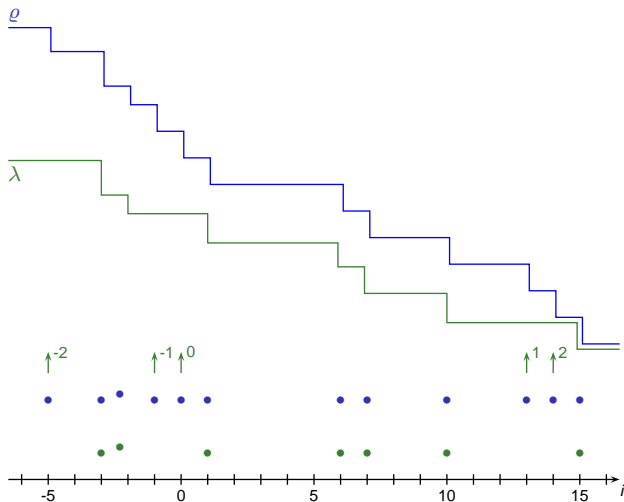
# Sok másodosztályú részecske



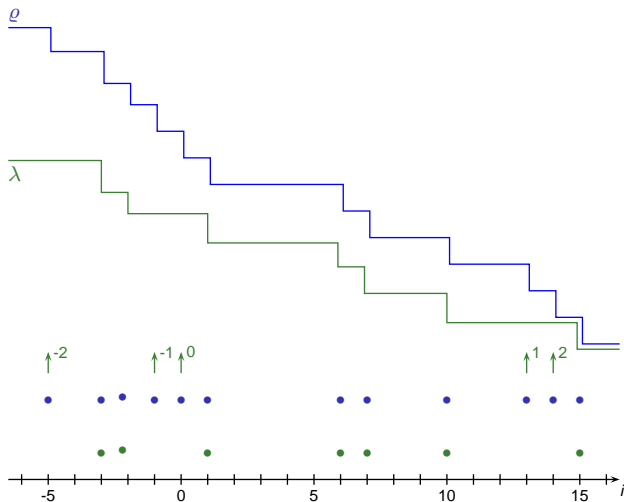
# Sok másodosztályú részecske



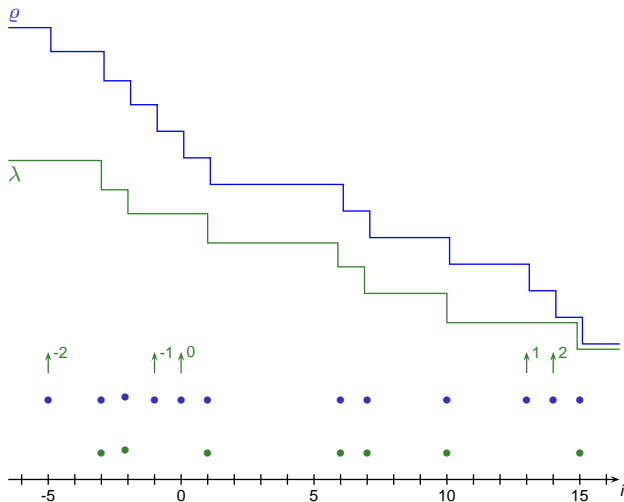
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

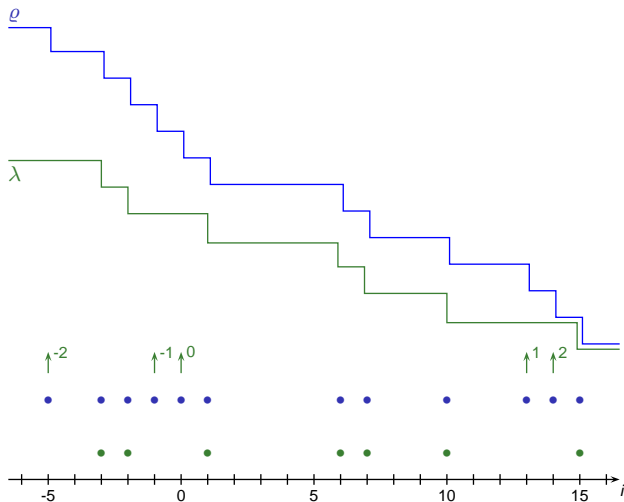


# Sok másodosztályú részecske

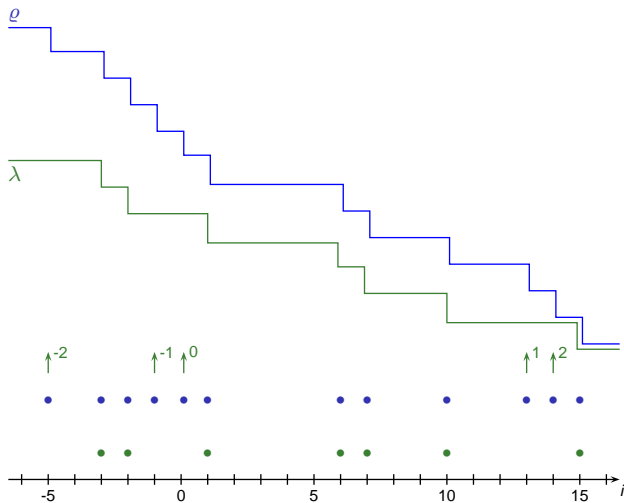




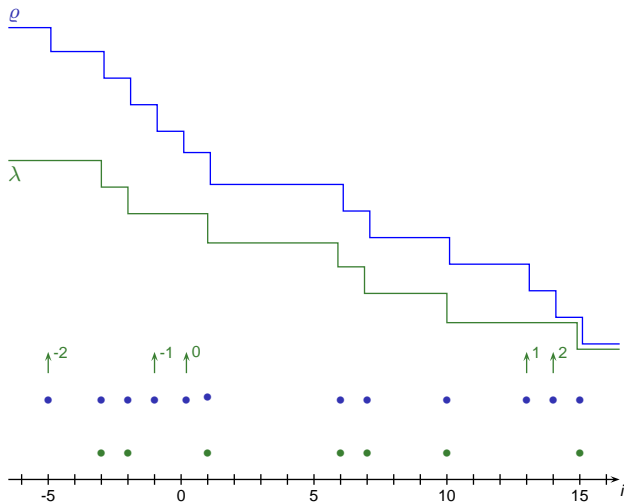
# Sok másodosztályú részecske



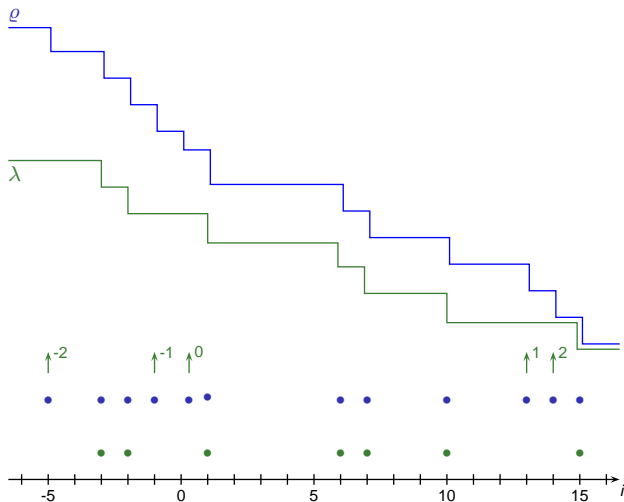
# Sok másodosztályú részecske



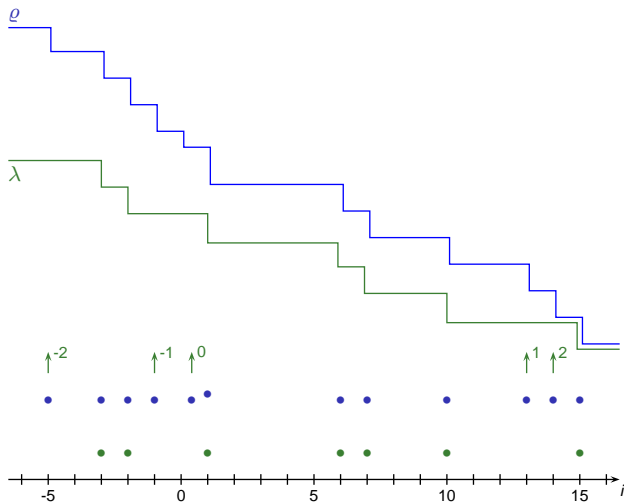
# Sok másodosztályú részecske



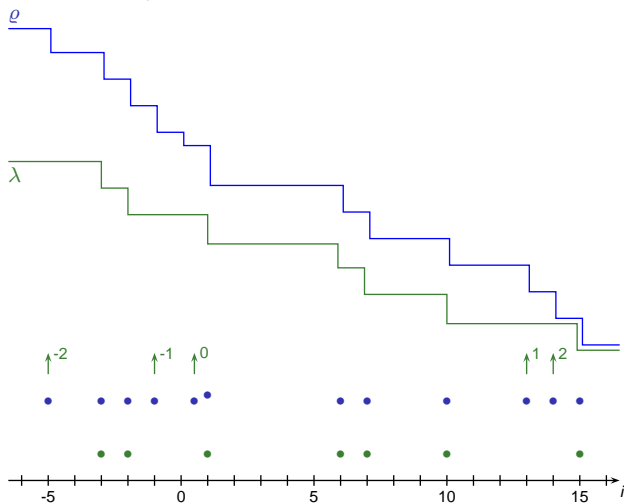
# Sok másodosztályú részecske



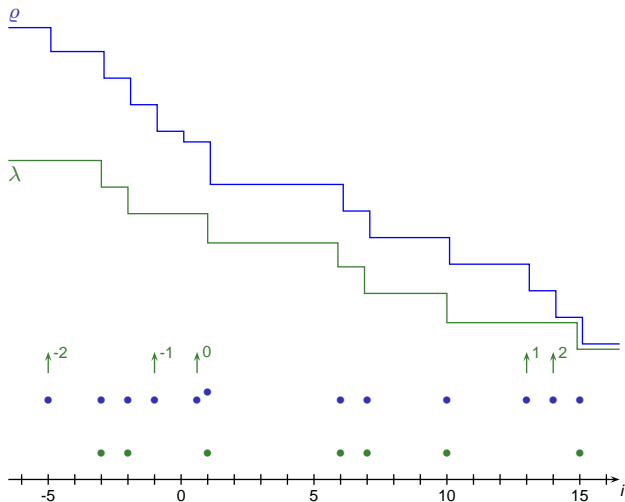
# Sok másodosztályú részecske



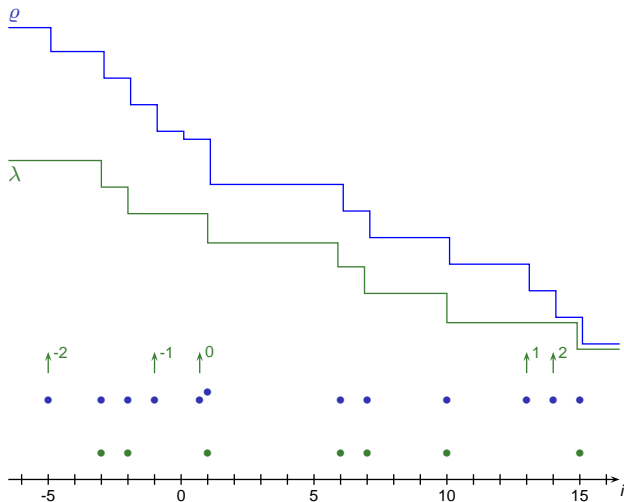
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

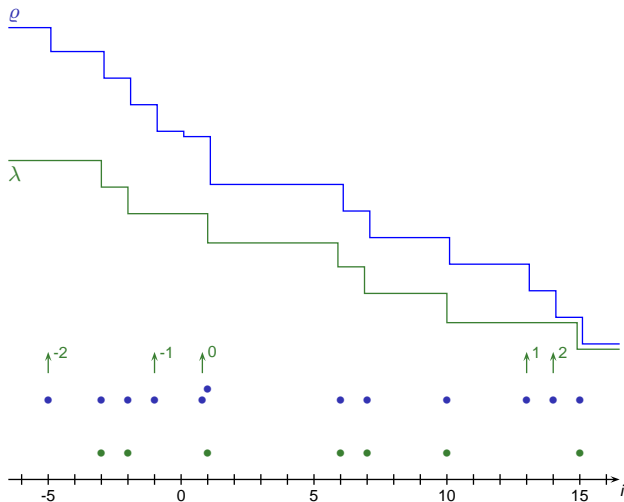


# Sok másodosztályú részecske

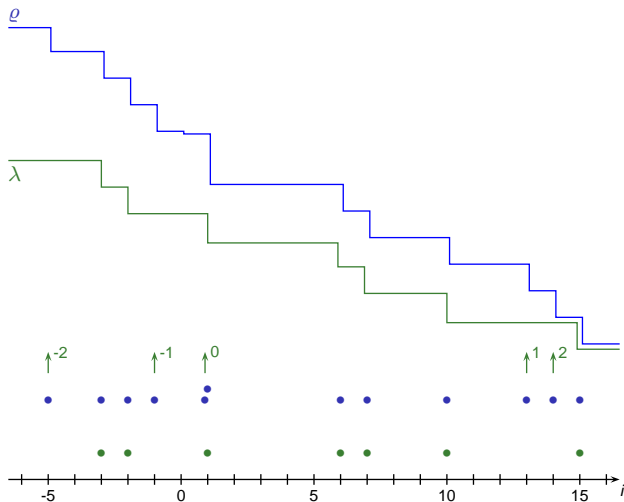




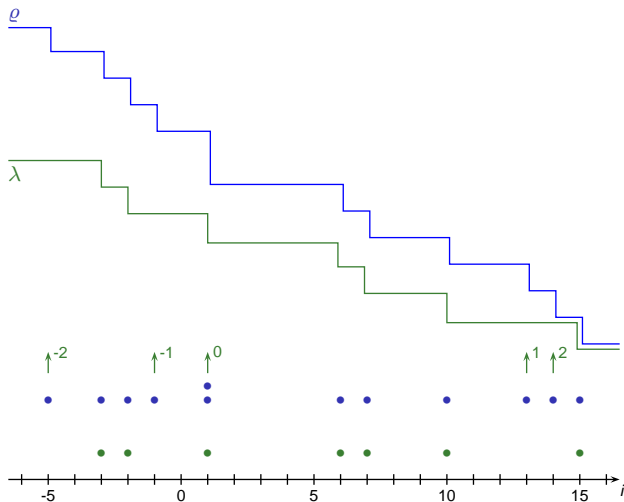
# Sok másodosztályú részecske



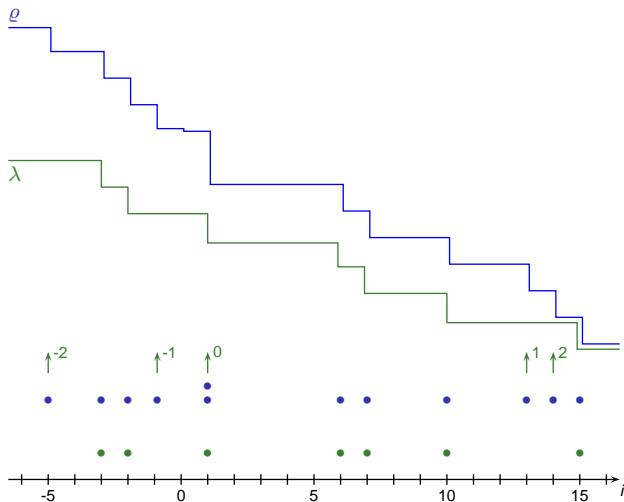
# Sok másodosztályú részecske



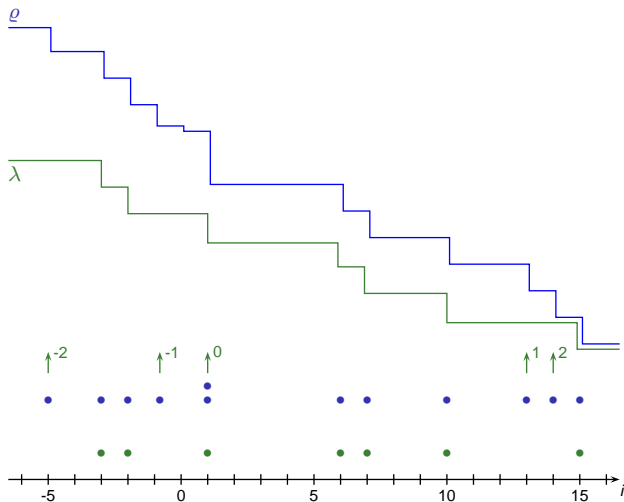
# Sok másodosztályú részecske



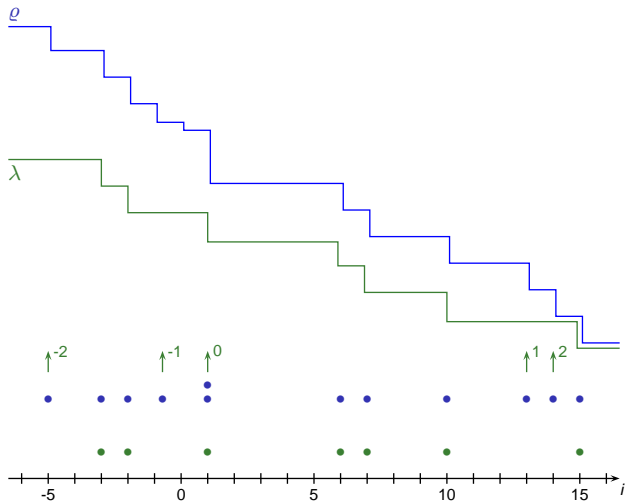
# Sok másodosztályú részecske



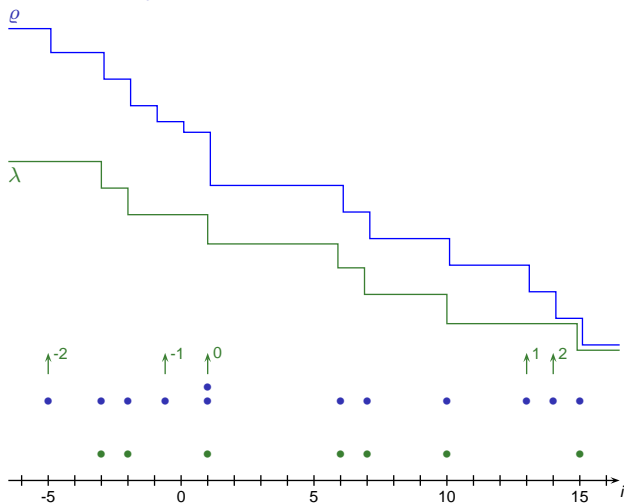
# Sok másodosztályú részecske



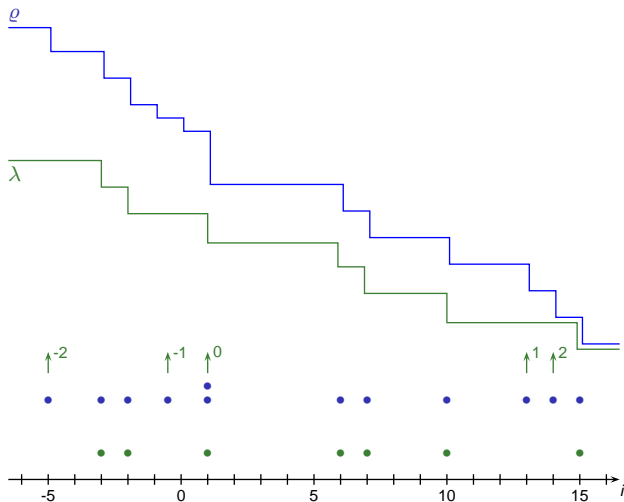
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

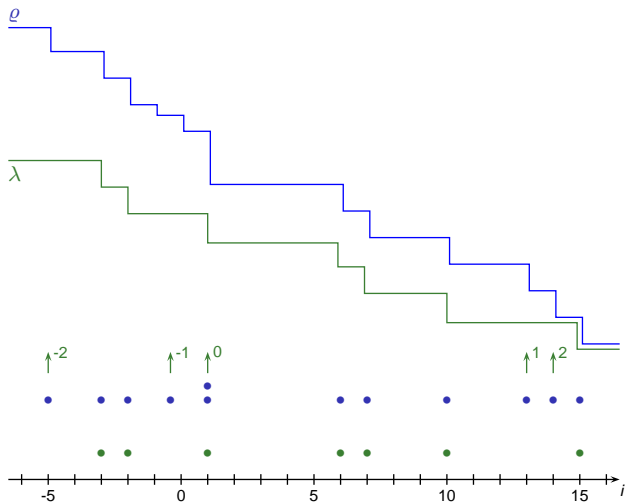


# Sok másodosztályú részecske

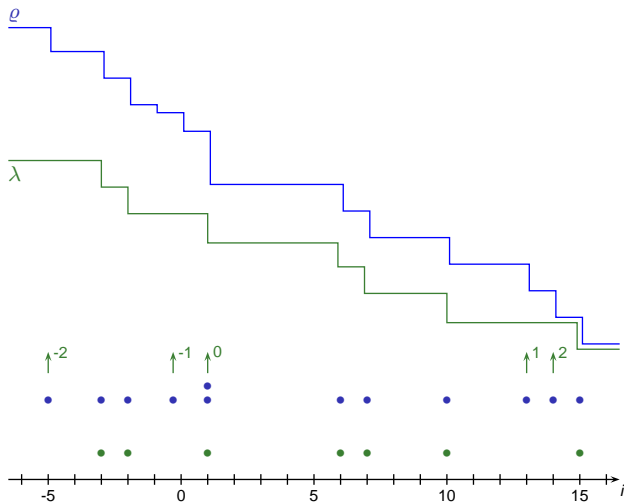




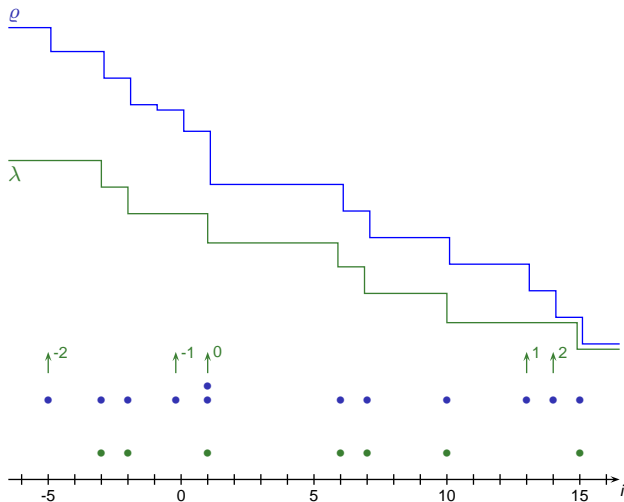
# Sok másodosztályú részecske



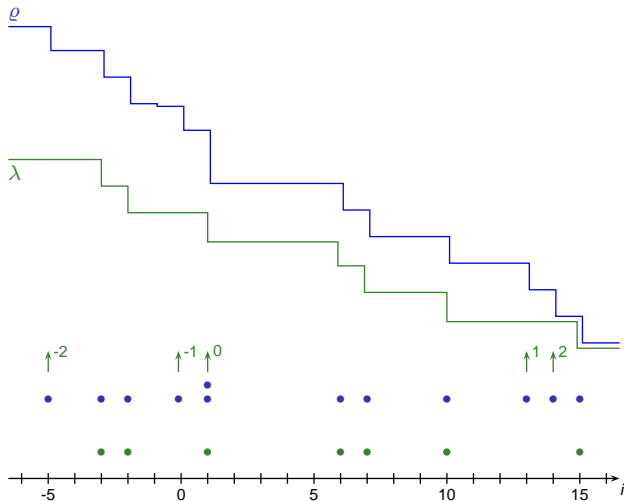
# Sok másodosztályú részecske



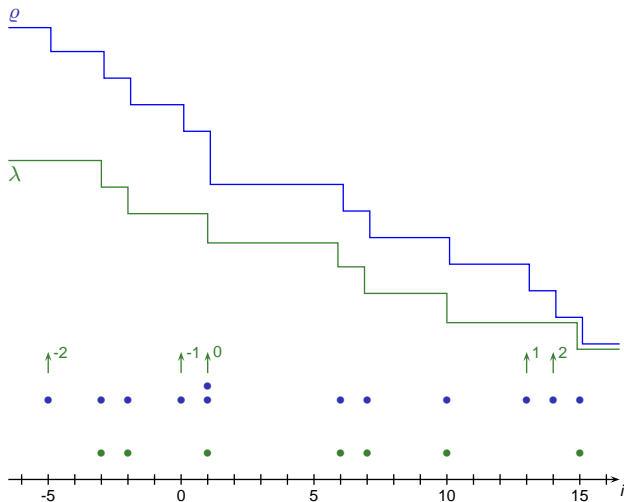
# Sok másodosztályú részecske



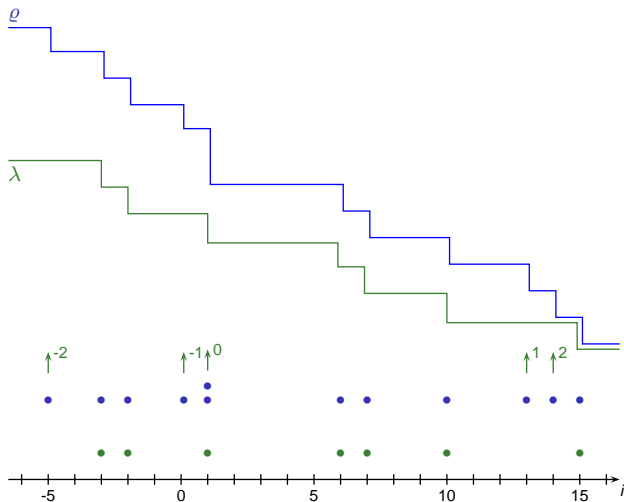
# Sok másodosztályú részecske



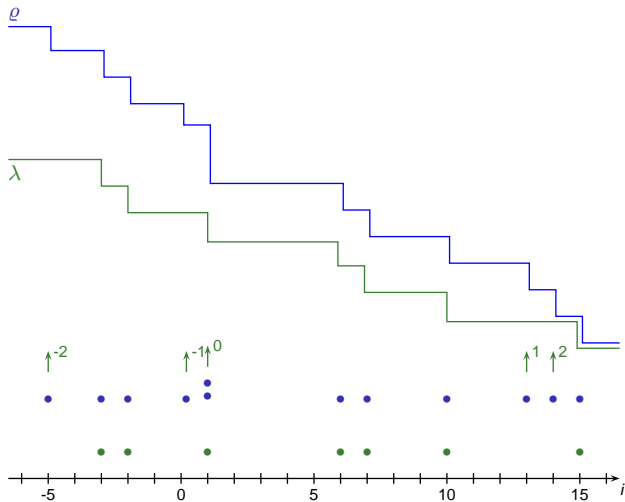
# Sok másodosztályú részecske



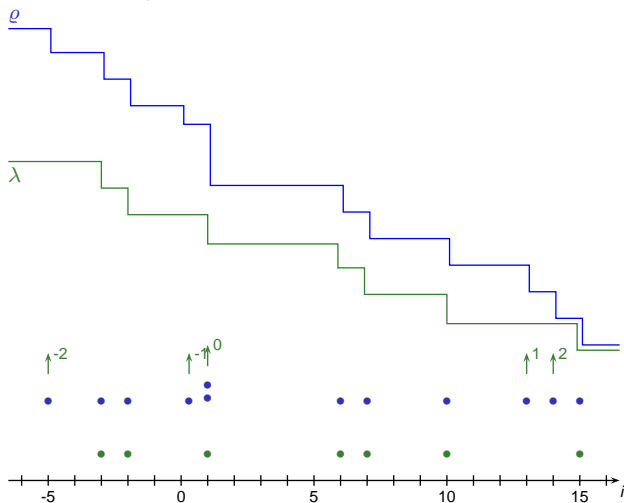
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

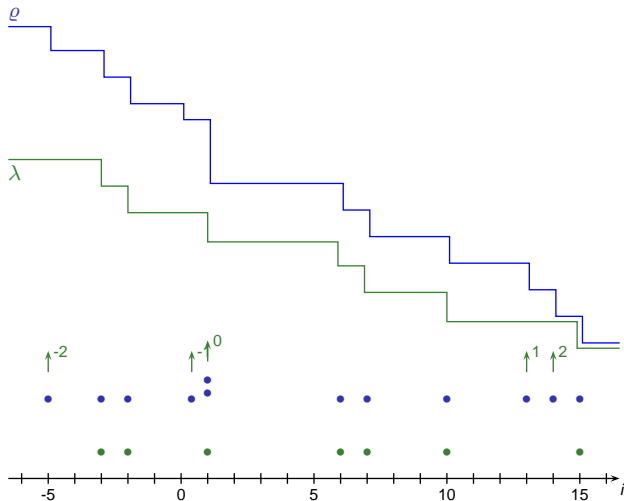


# Sok másodosztályú részecske

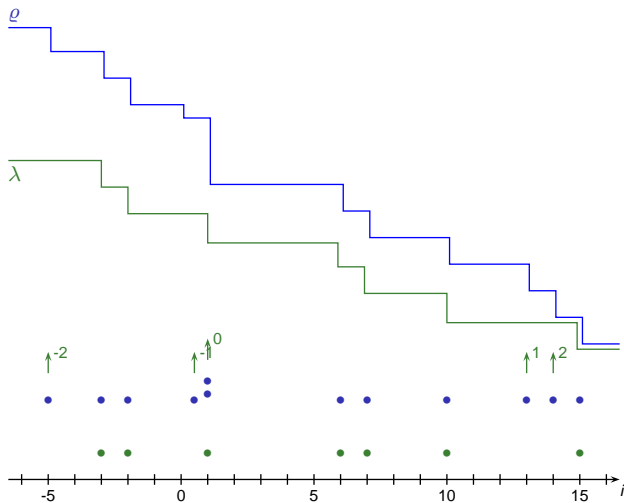




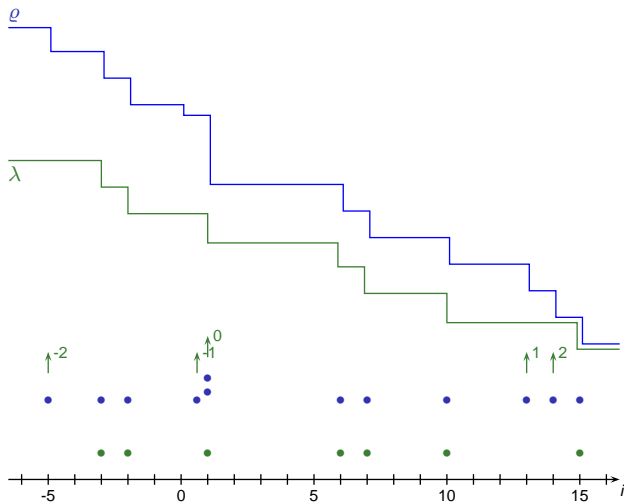
# Sok másodosztályú részecske



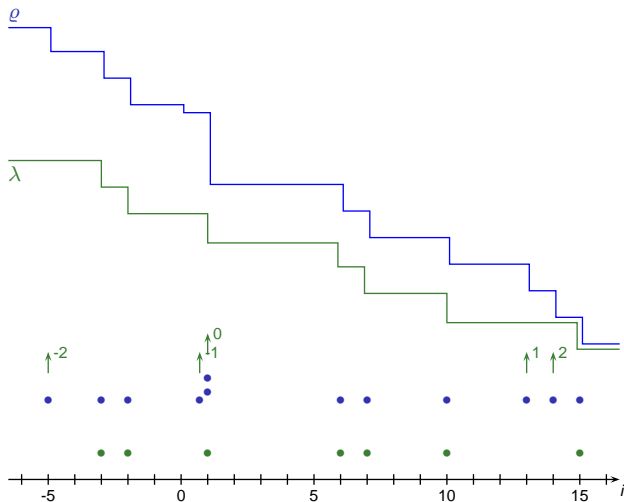
# Sok másodosztályú részecske



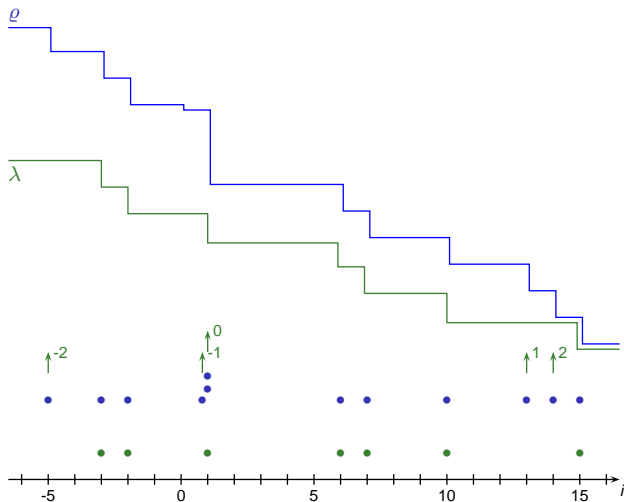
# Sok másodosztályú részecske



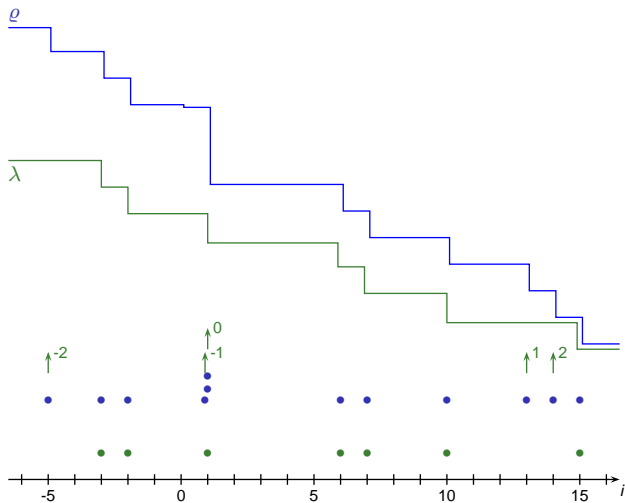
# Sok másodosztályú részecske



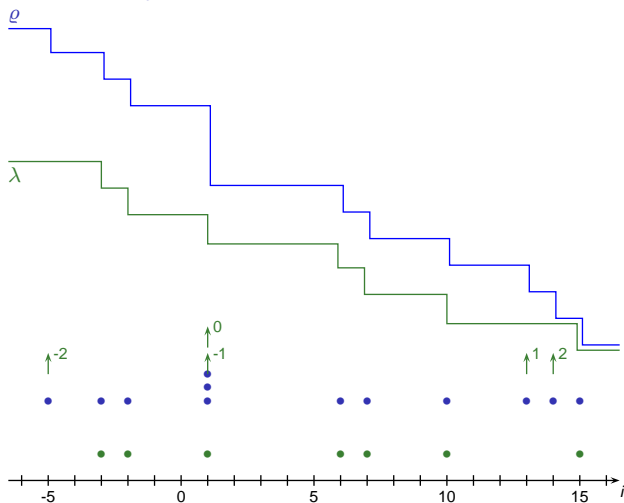
# Sok másodosztályú részecske



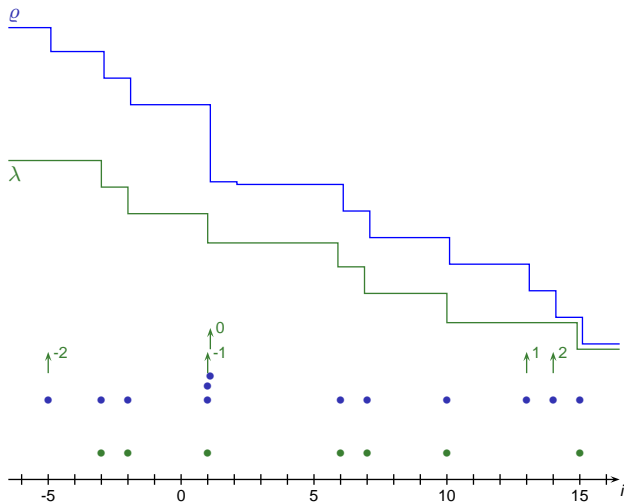
## Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

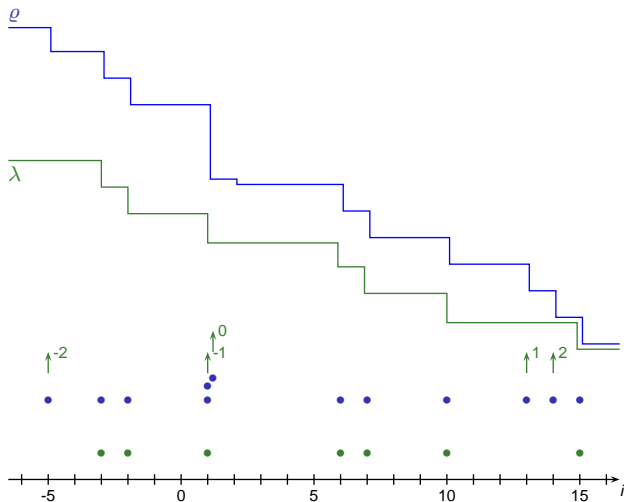


# Sok másodosztályú részecske

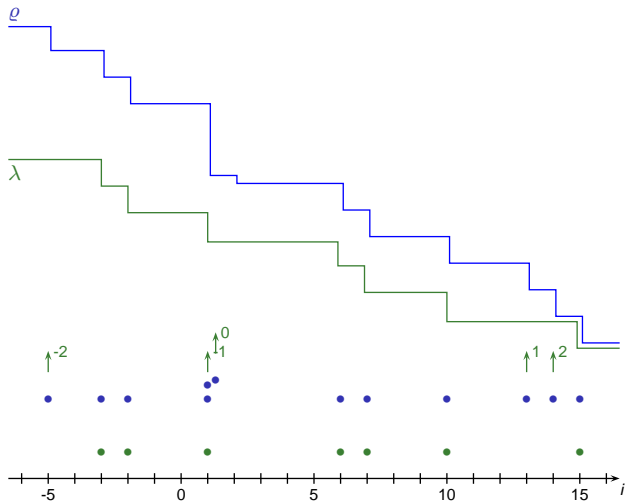




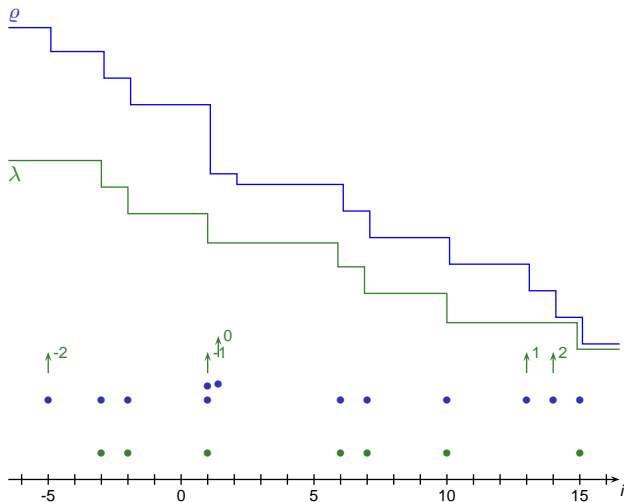
## Sok másodosztályú részecske



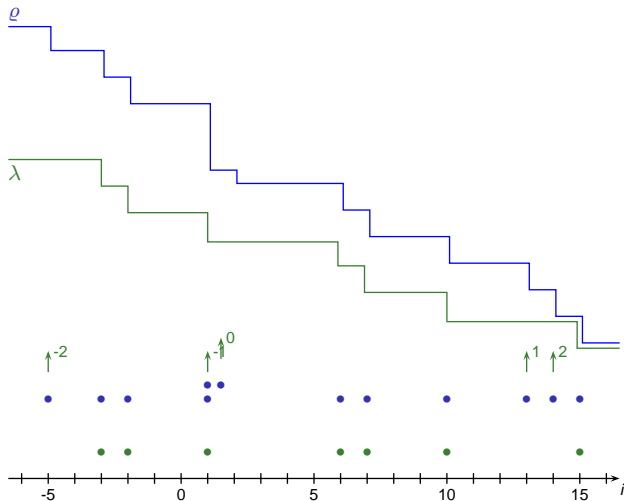
# Sok másodosztályú részecske



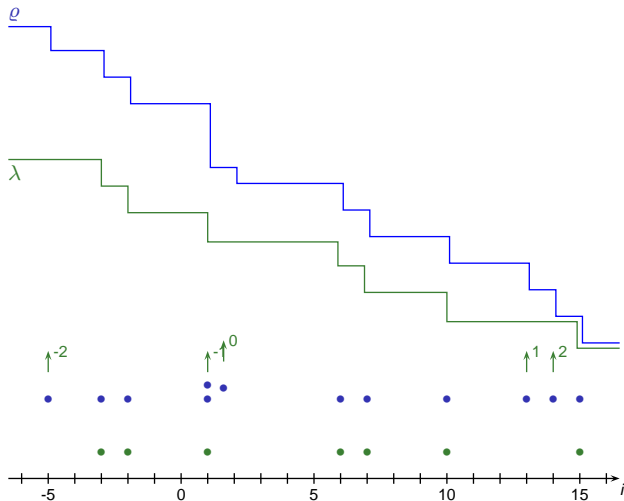
# Sok másodosztályú részecske



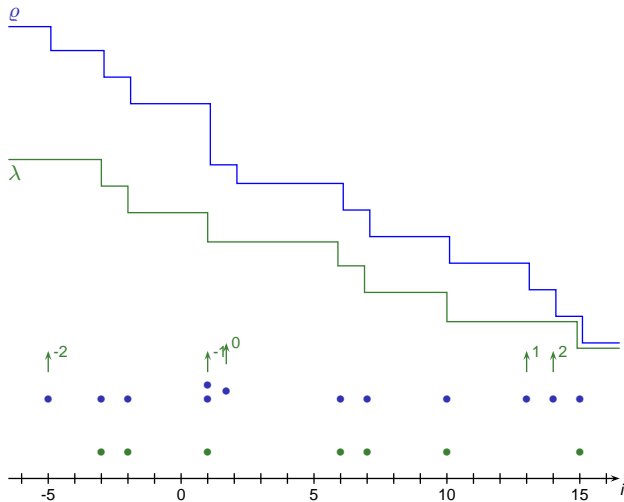
# Sok másodosztályú részecske



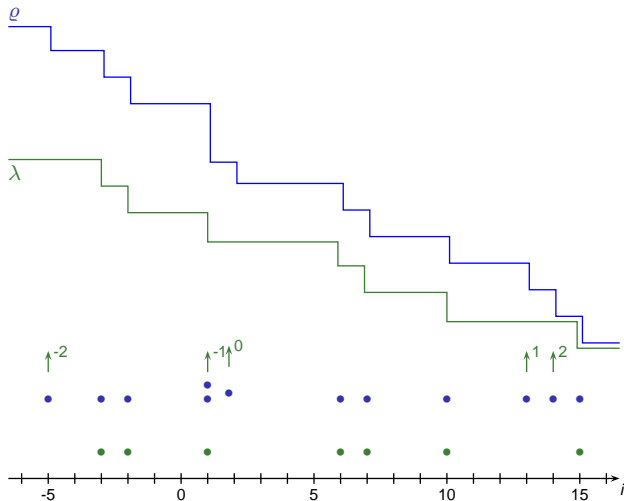
# Sok másodosztályú részecske



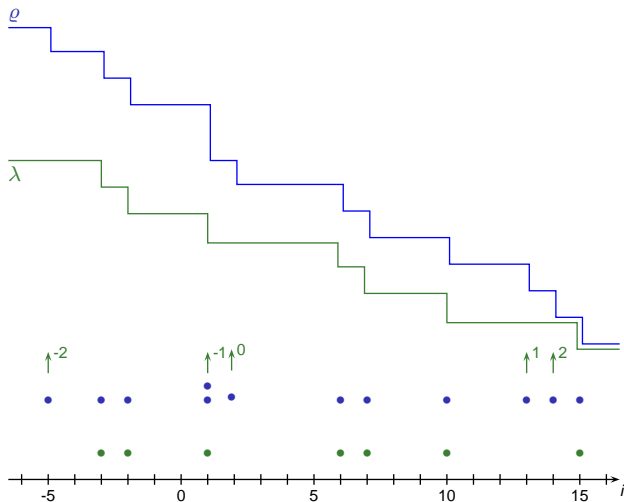
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

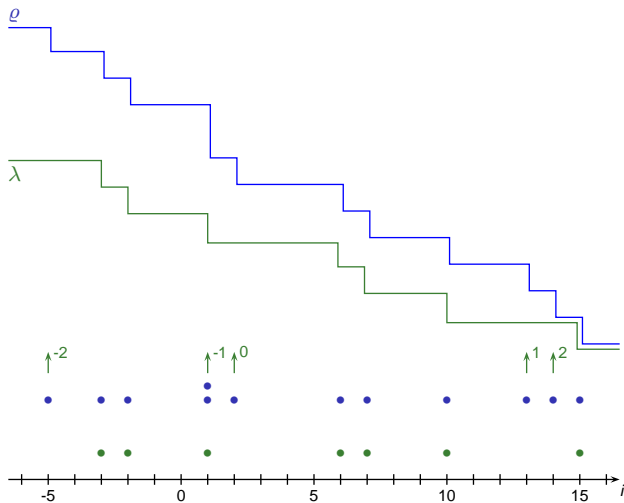


# Sok másodosztályú részecske

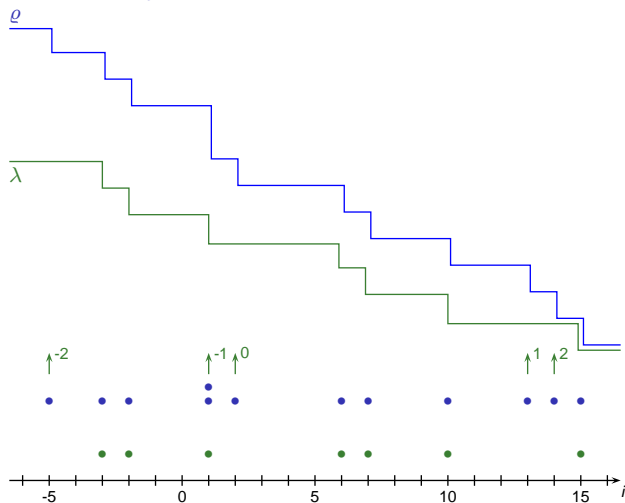




# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

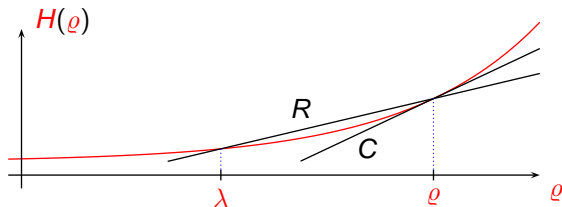


Kép:

$A \uparrow^0 X(t)$  pozíciója követi az  $R$  Rankine-Hugoniot sebességet.

## Karakterisztika (nagyon röviden)

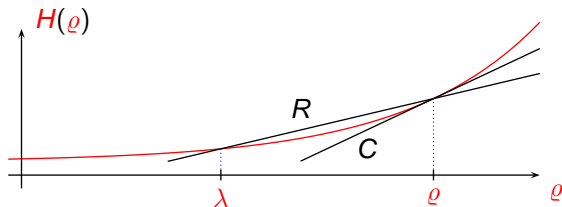
Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):



Emlékezzünk: 
$$C = H'(\rho) > R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):

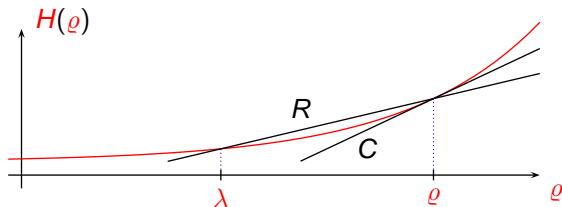


Emlékezzünk:  $C = H'(\rho) > R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$

Igaz-e  $Q(t) \stackrel{?}{\geq} X(t)$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

Konvex fluxus (AZRP, ABLP egyes esetei):

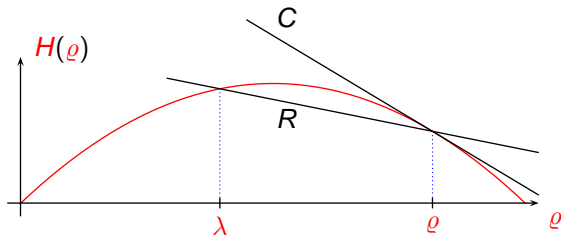


Emlékezzünk:  $C = H'(\rho) > R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$

Igaz-e  $Q(t) \stackrel{?}{\geq} X(t) - \text{hiba}$

## Karakterisztika (nagyon röviden)

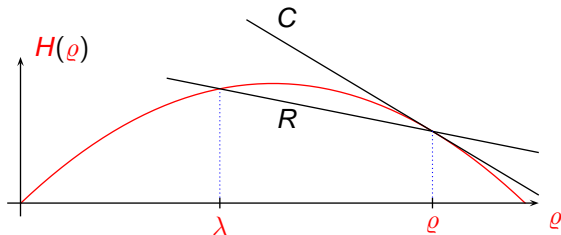
Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):



$$C = H'(\rho) < R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):

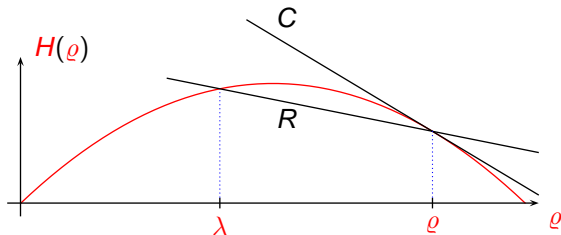


$$C = H'(\rho) < R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

Igaz-e  $Q(t) \stackrel{?}{\leq} X(t)$

# Karakterisztika (nagyon röviden)

Konkáv fluxus (ASEP, AZRP):

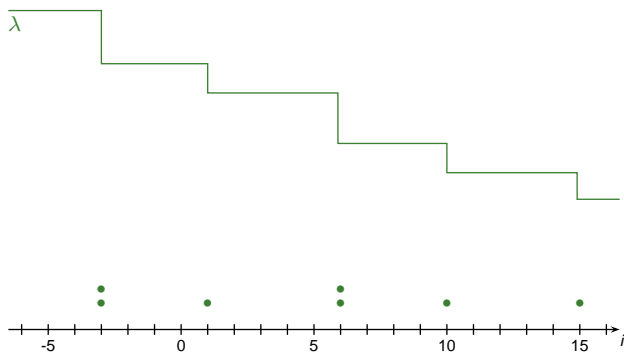


$$C = H'(\rho) < R = \frac{H(\rho) - H(\lambda)}{\rho - \lambda}$$

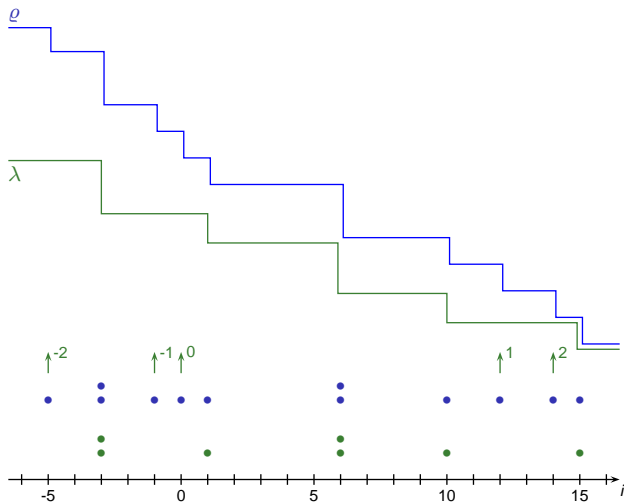
Igaz-e  $Q(t) \stackrel{?}{\leq} X(t) + \text{hiba}$



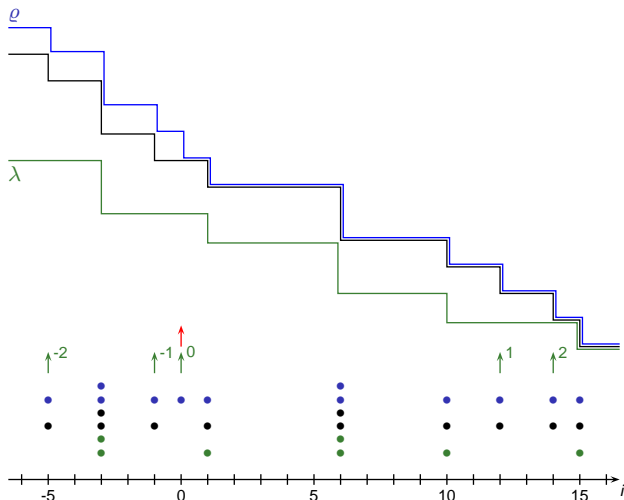
# Sok másodosztályú részecske



# Sok másodosztályú részecske

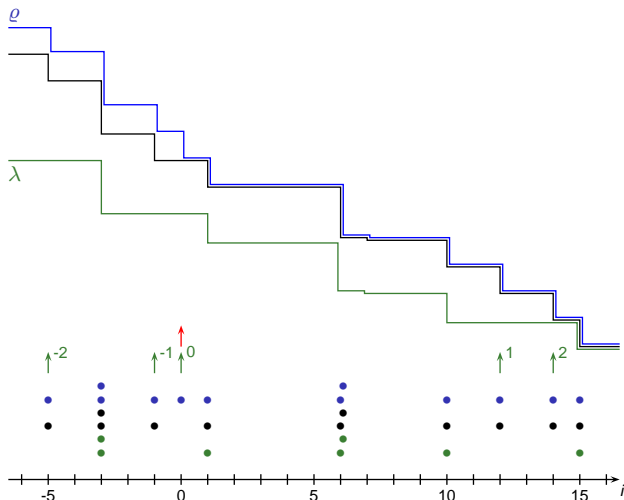


# Sok másodosztályú részecske plusz egy



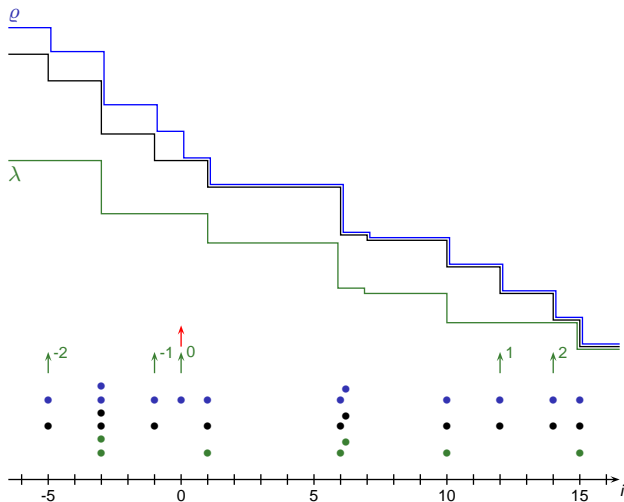
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



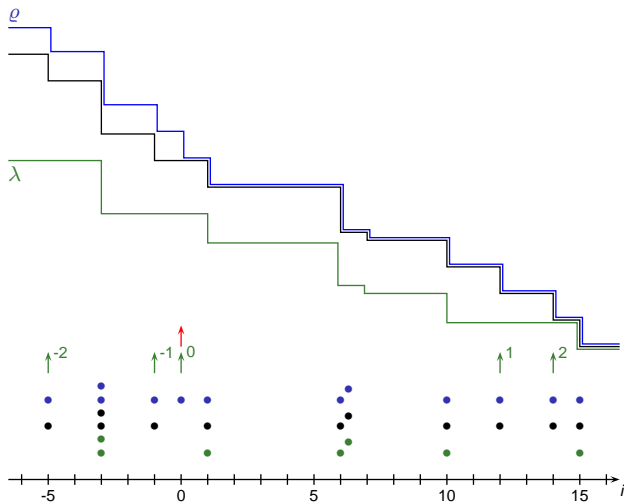
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



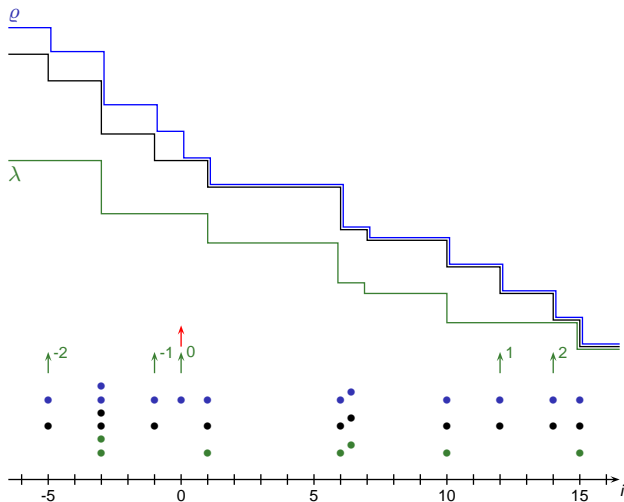
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



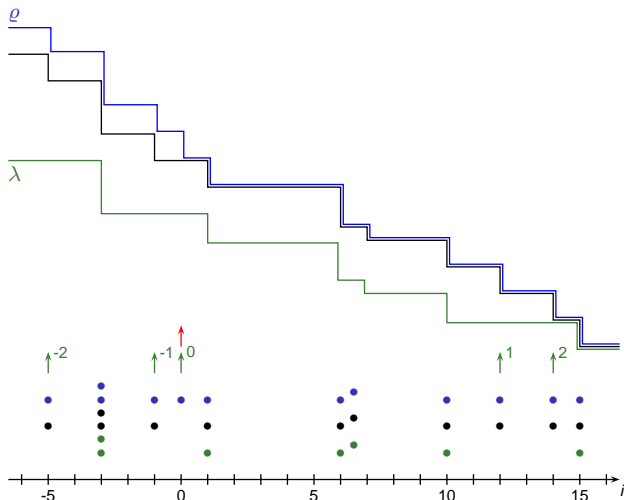
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

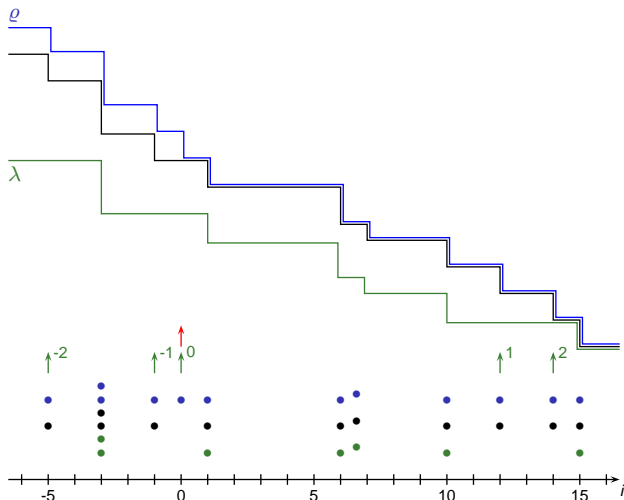
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

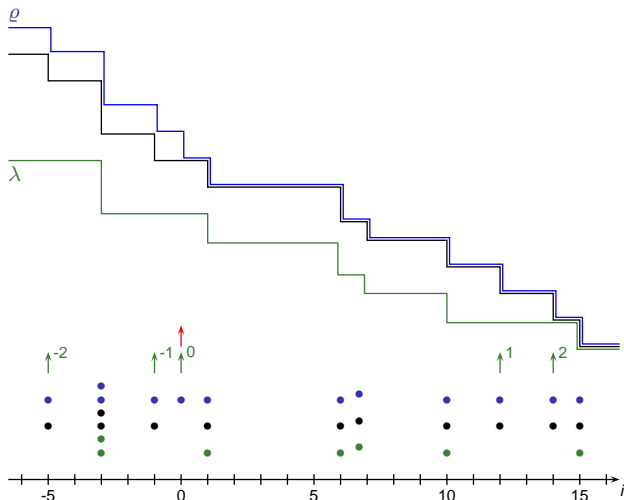


# Sok másodosztályú részecske plusz egy



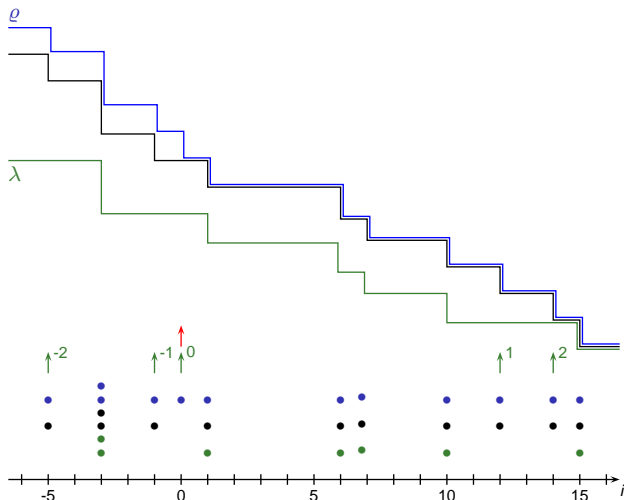
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



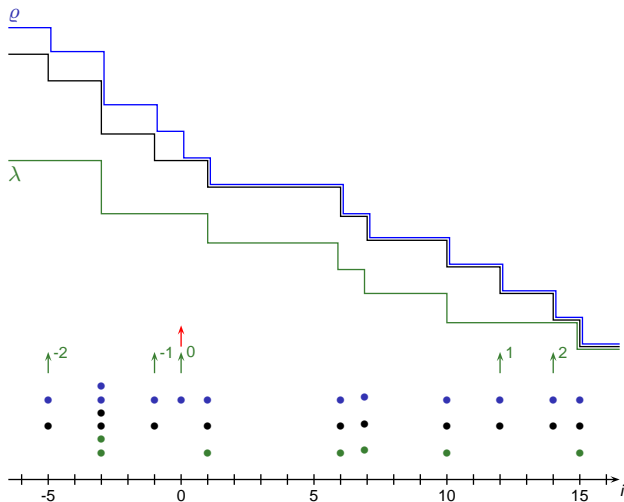
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



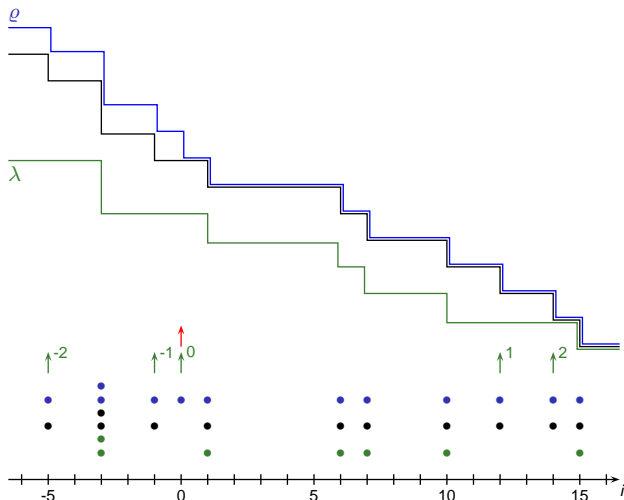
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



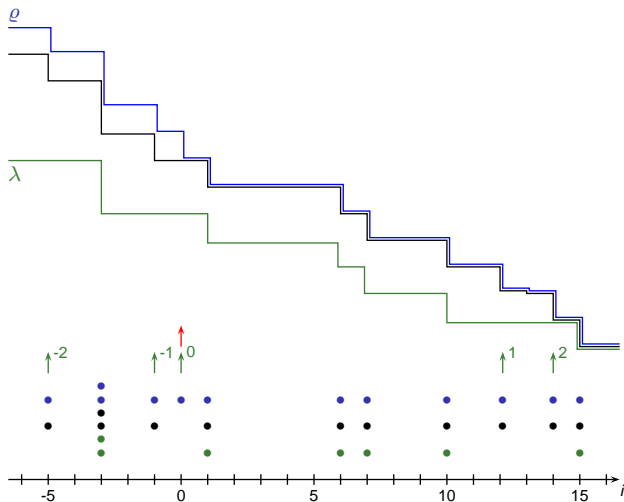
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



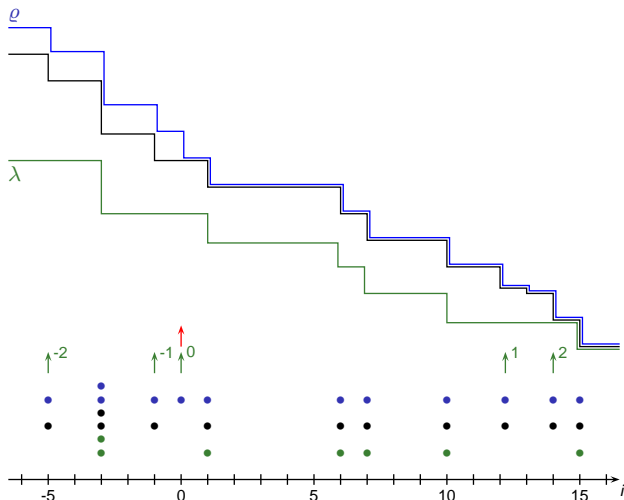
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



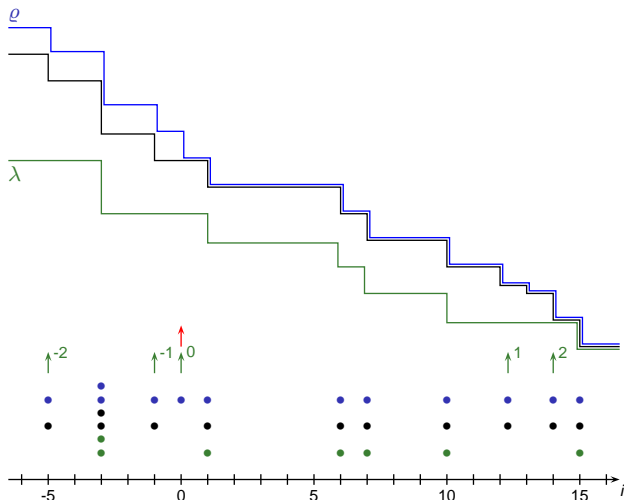
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

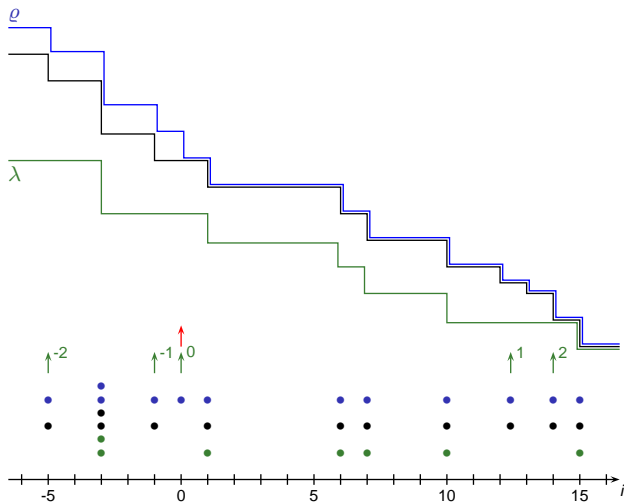
# Sok másodosztályú részecske plusz egy



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

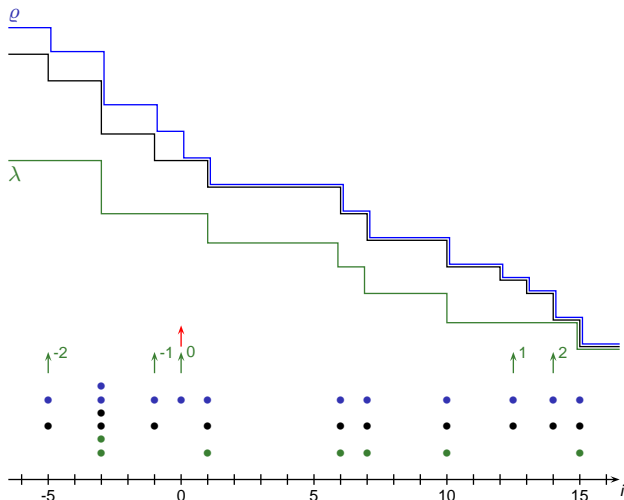


# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



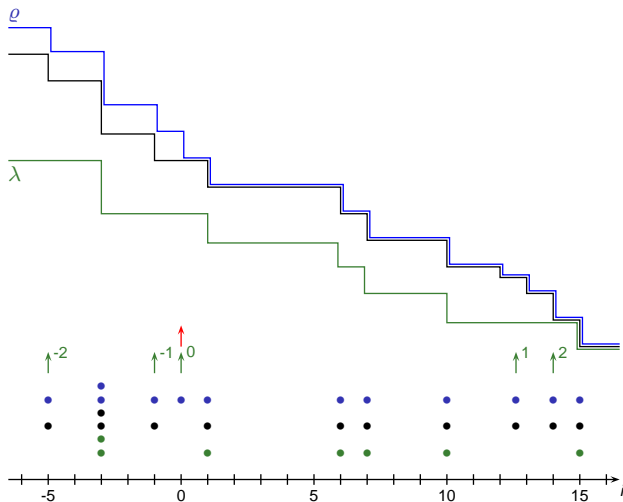
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



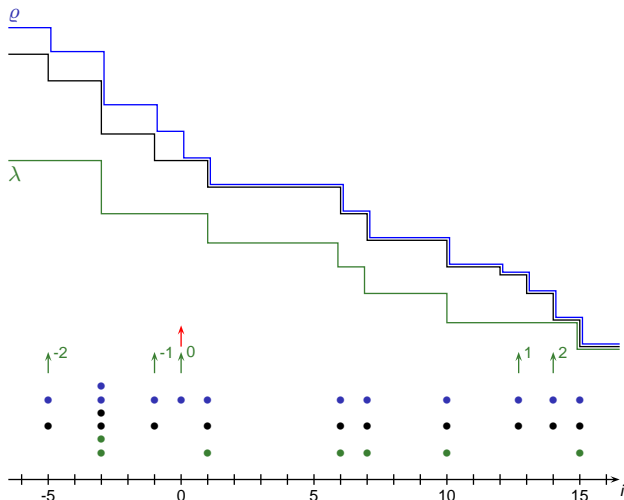
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



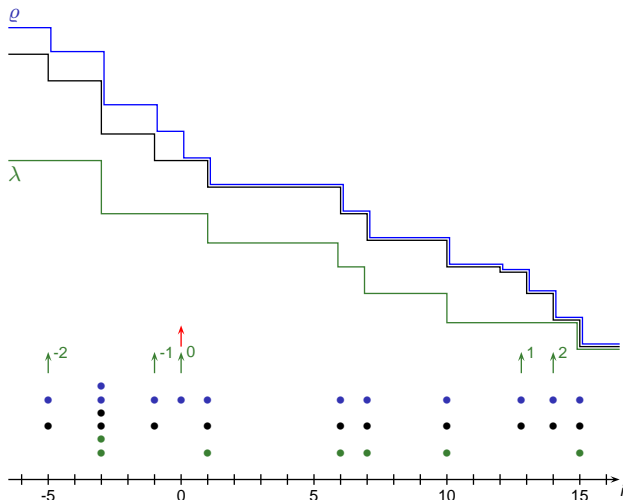
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



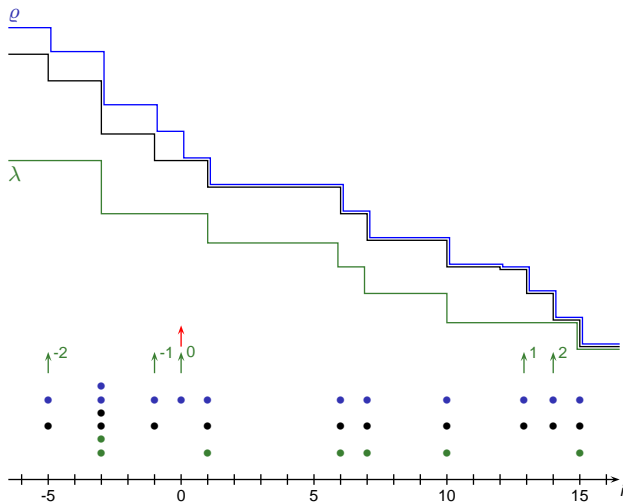
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



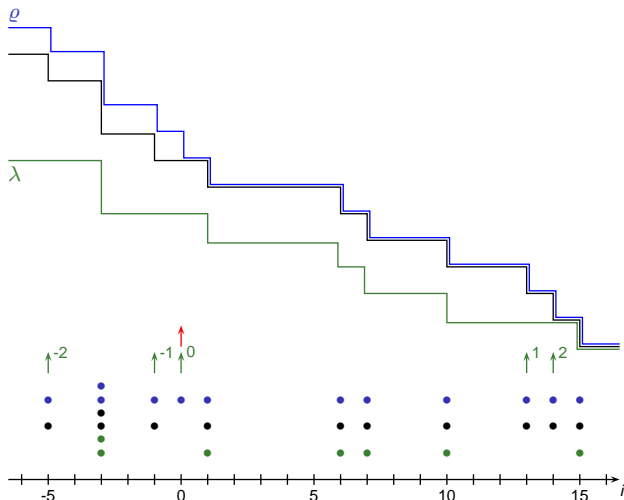
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



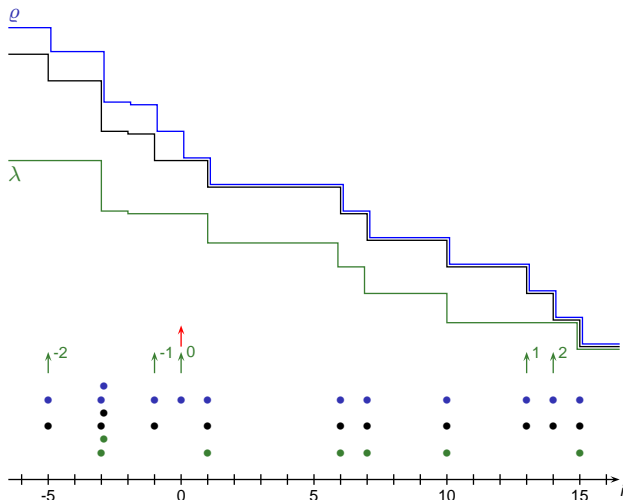
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

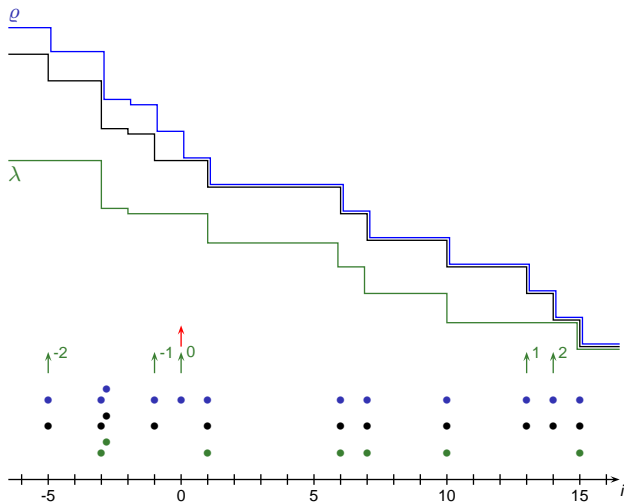
# Sok másodosztályú részecske plusz egy



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

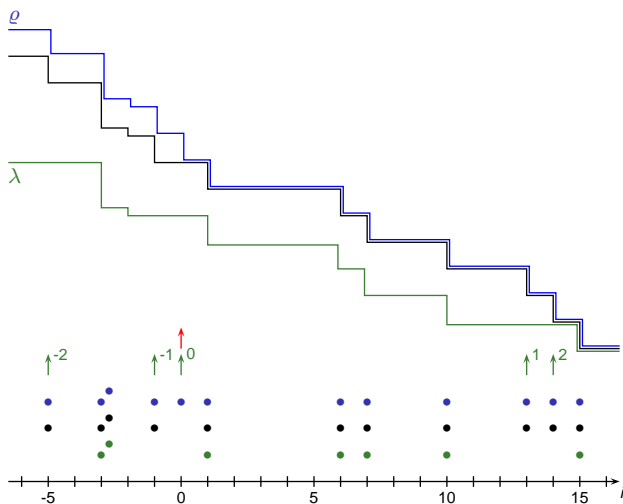


# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



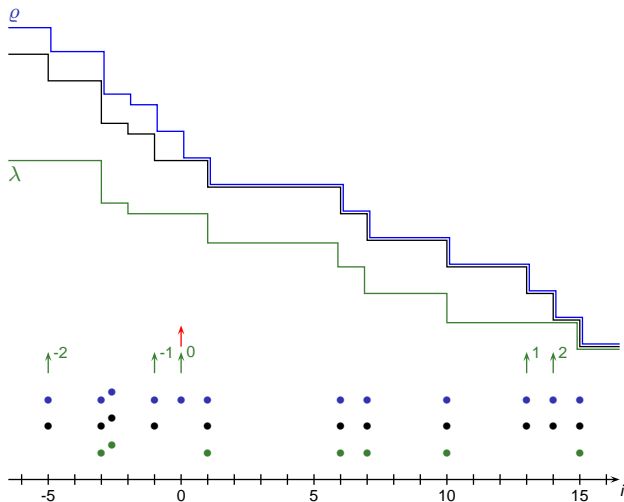
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



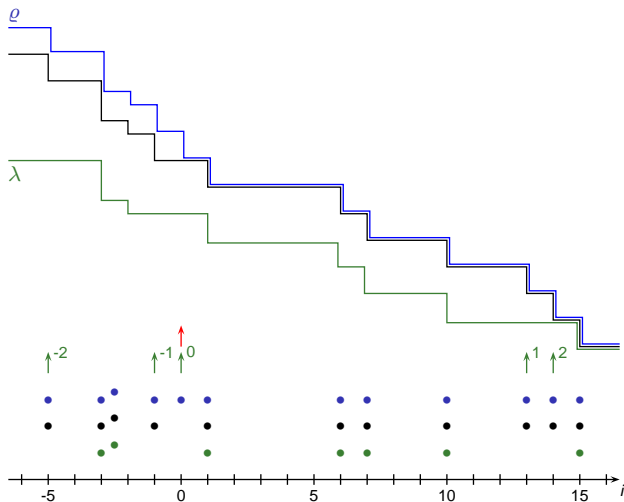
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



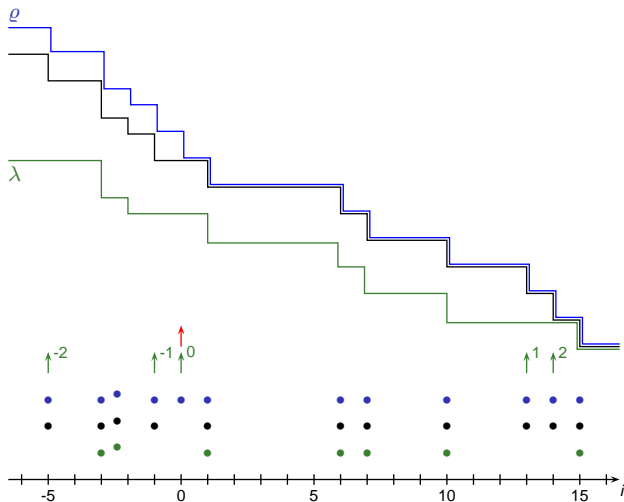
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



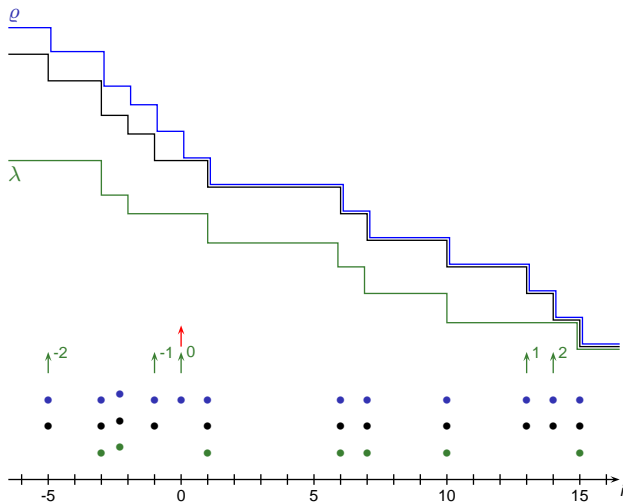
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



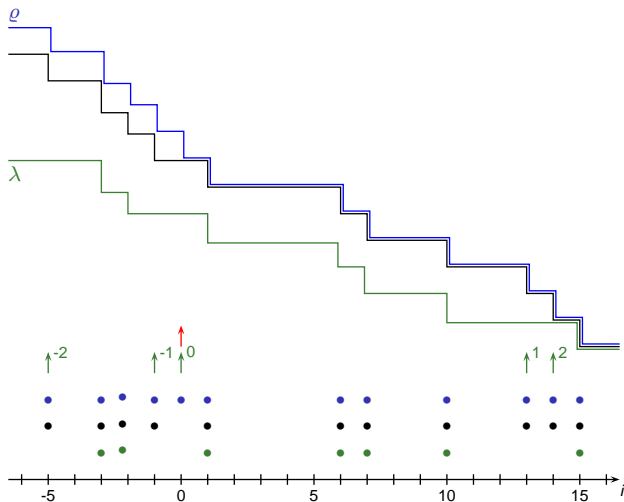
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



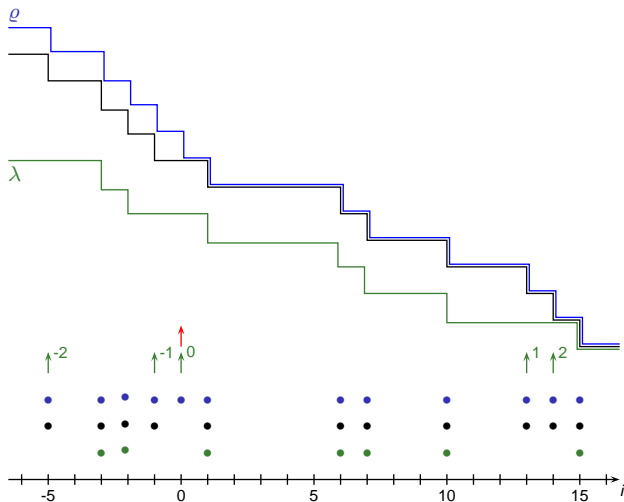
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

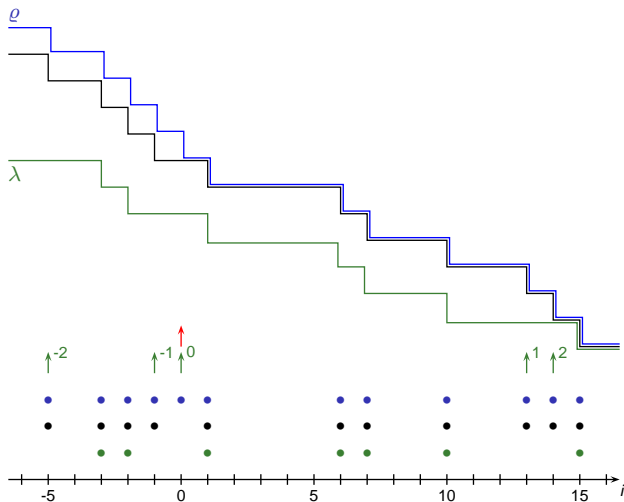
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

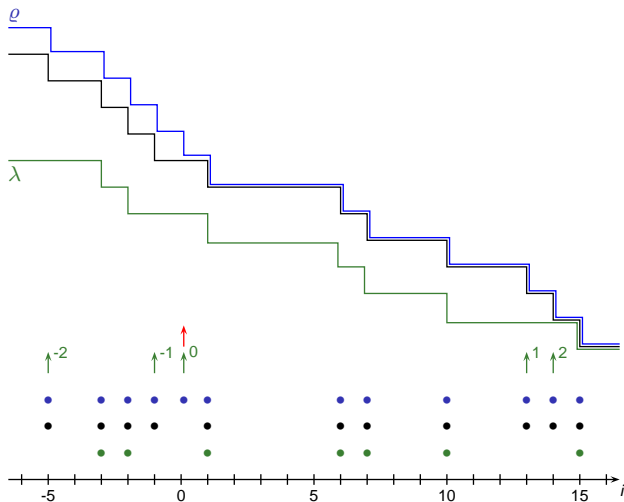


# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



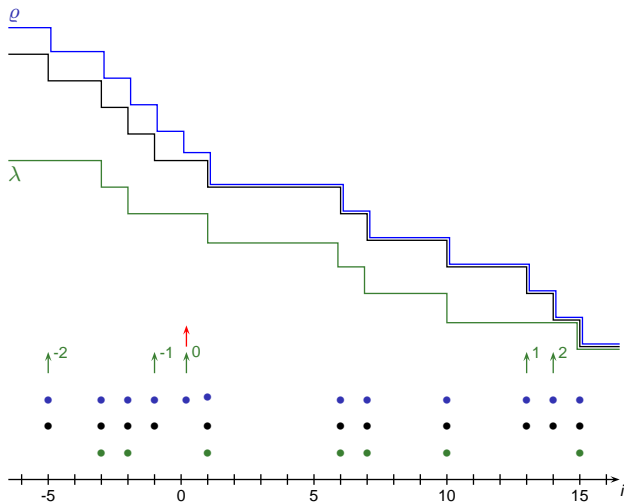
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



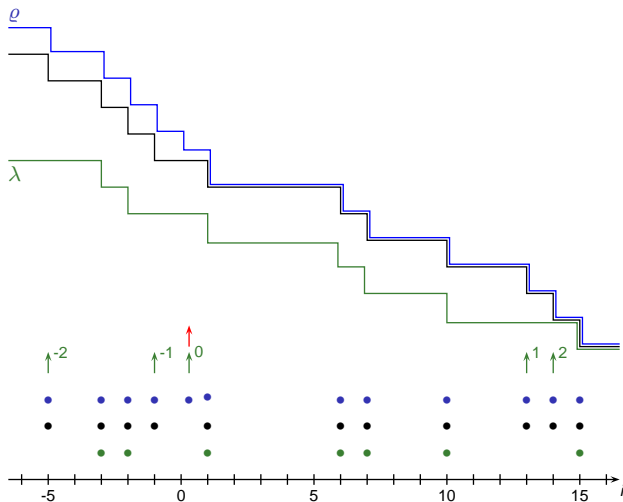
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



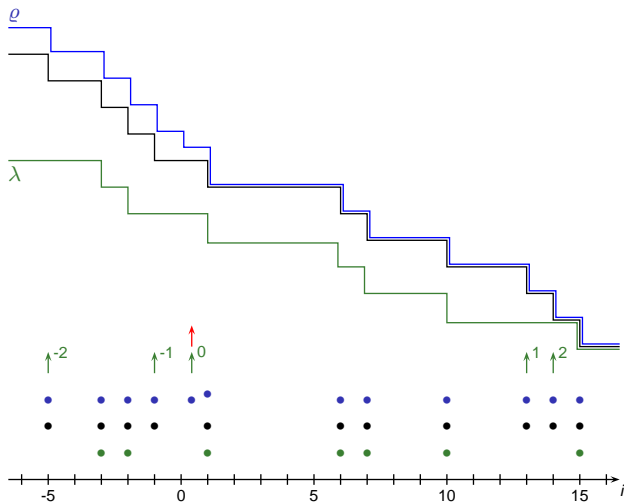
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



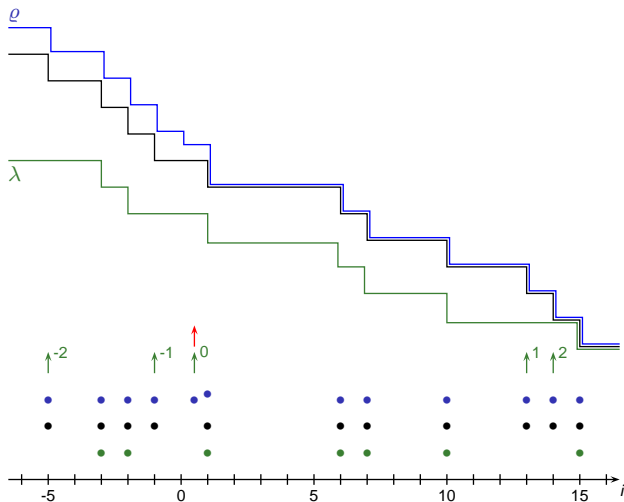
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



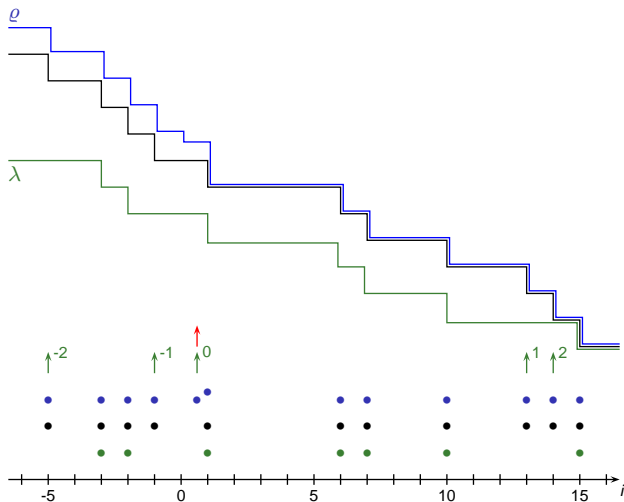
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



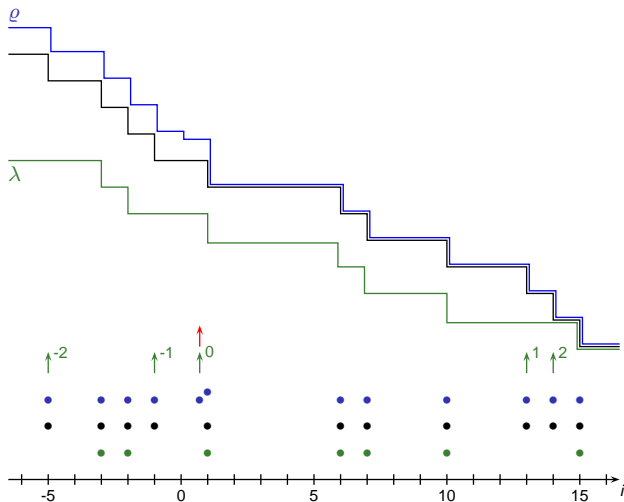
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

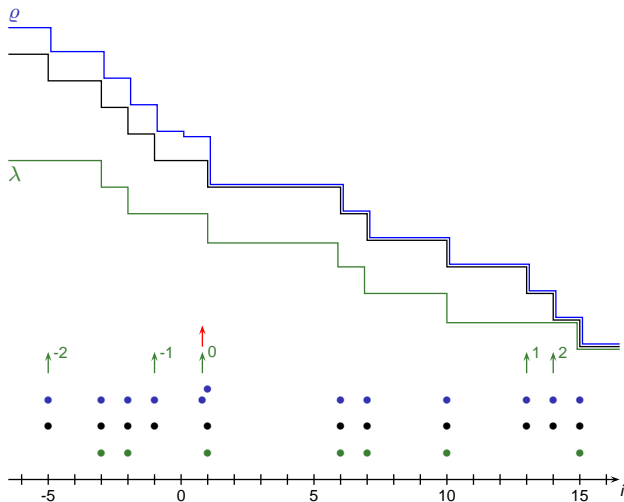
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

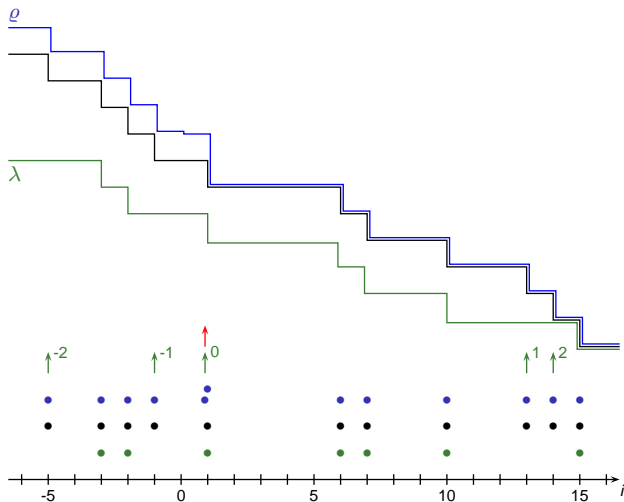


# Sok másodosztályú részecske plusz egy



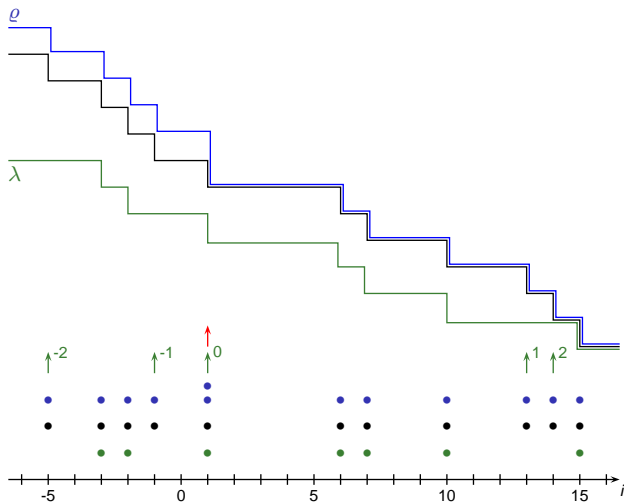
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



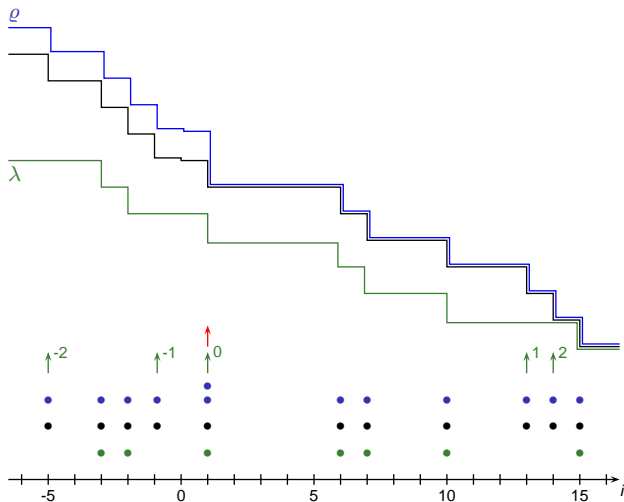
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



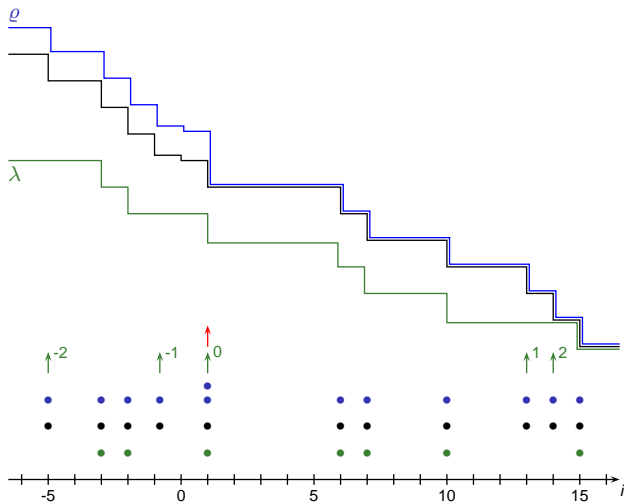
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



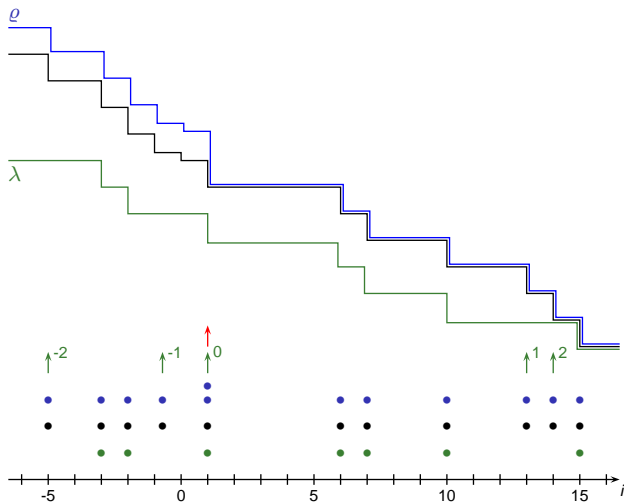
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



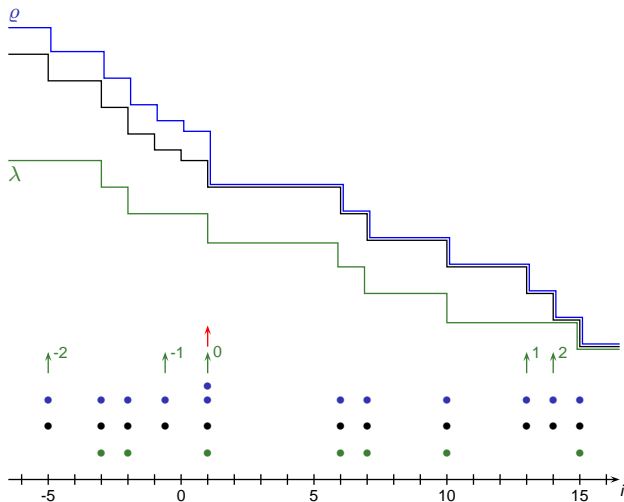
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



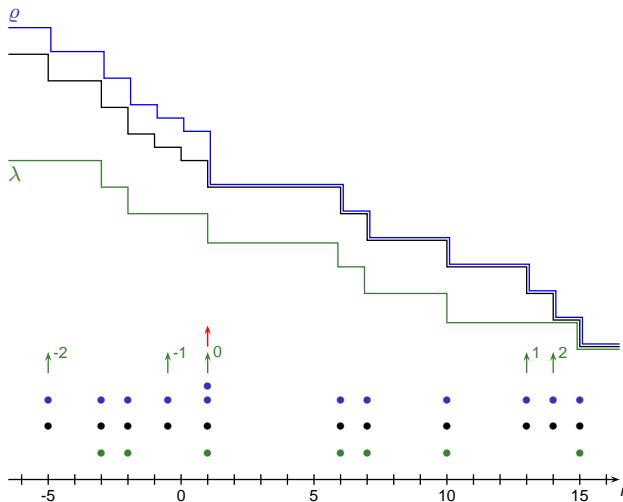
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

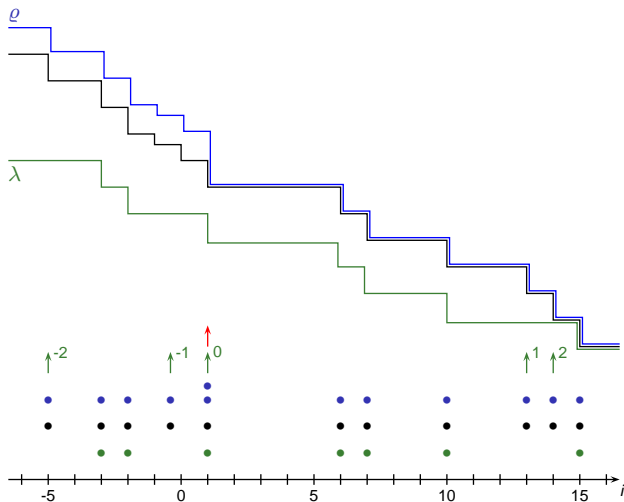
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

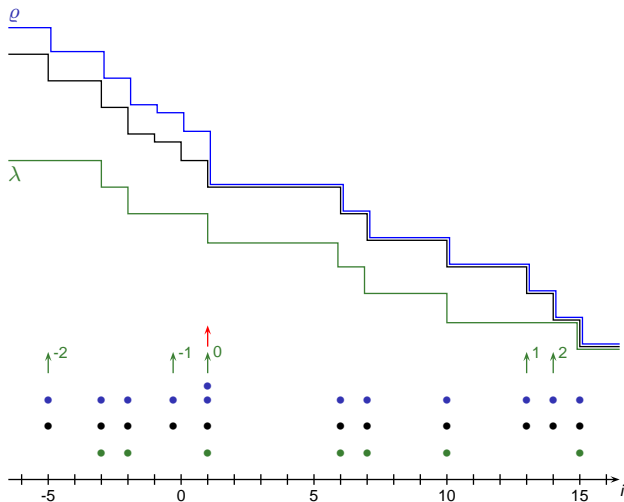


# Sok másodosztályú részecske plusz egy



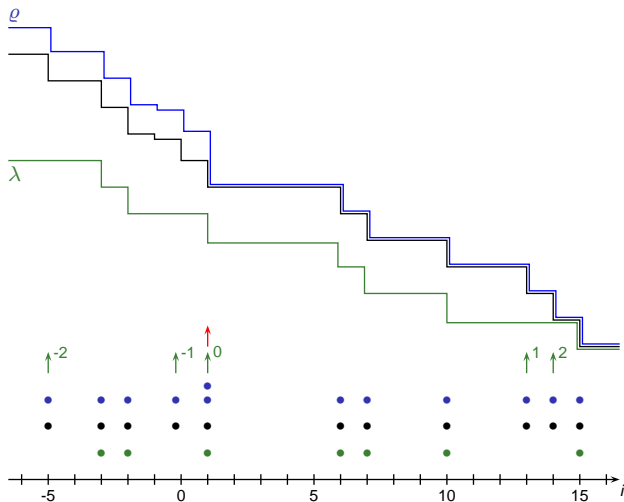
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



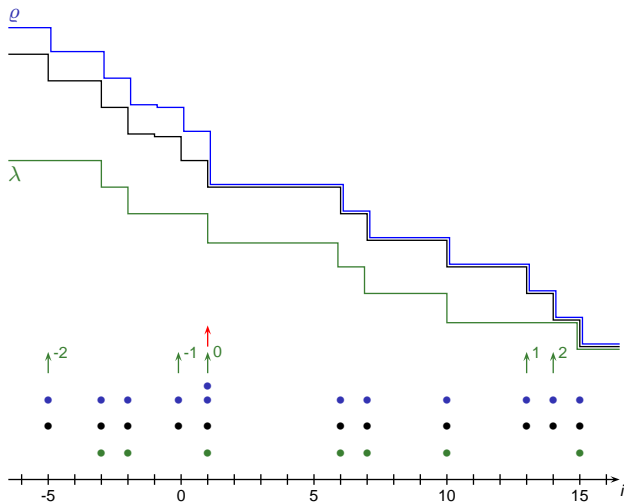
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



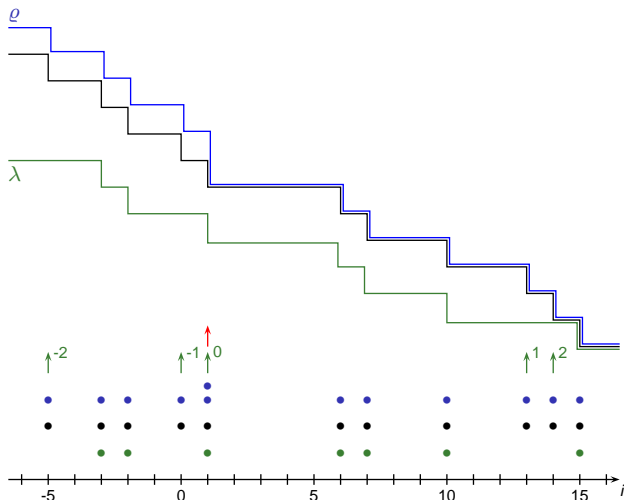
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



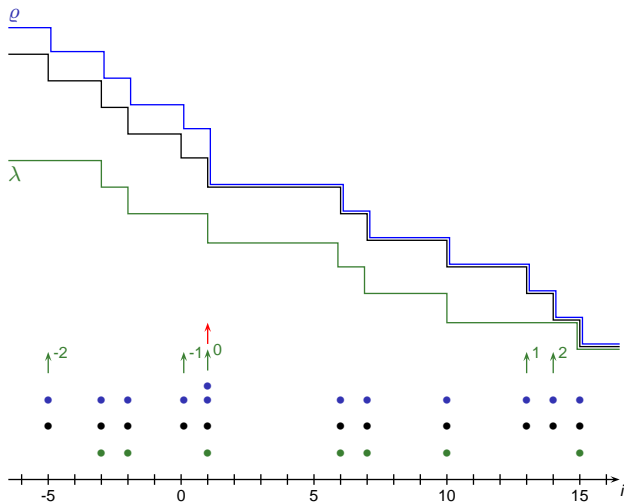
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



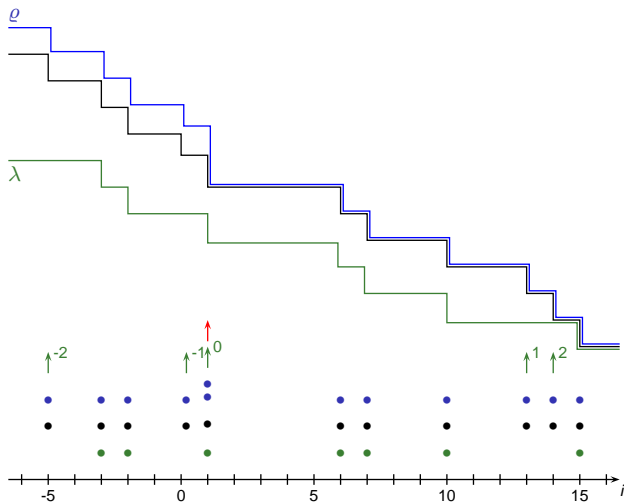
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



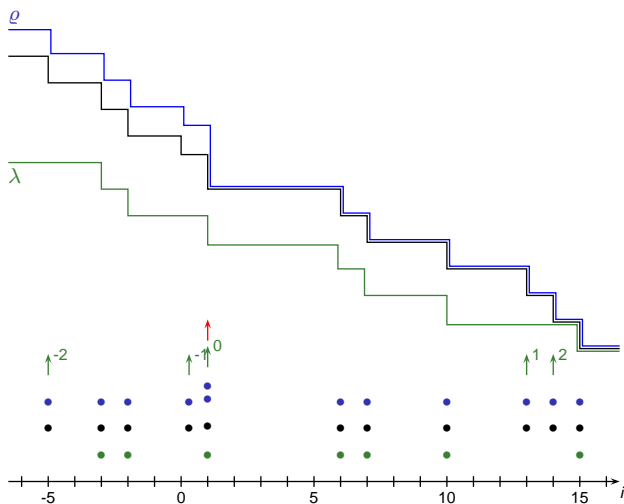
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

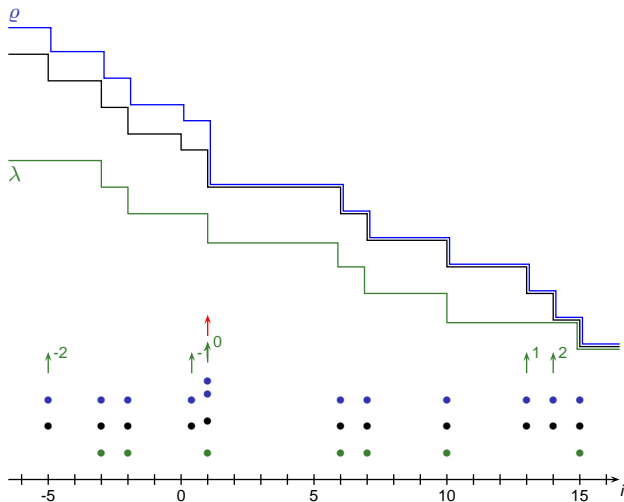
# Sok másodosztályú részecske plusz egy



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

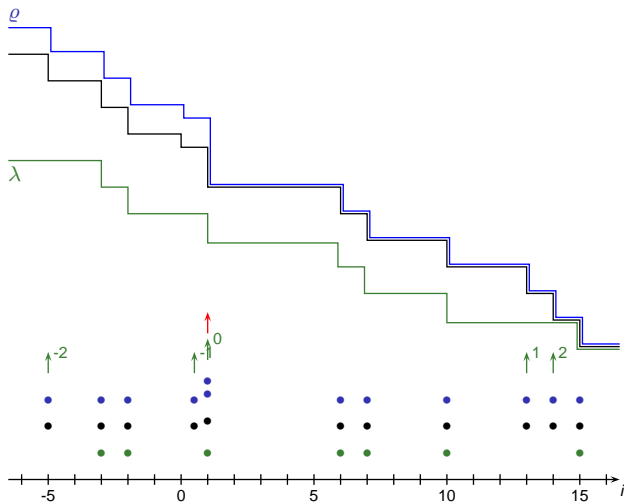


# Sok másodosztályú részecske plusz egy



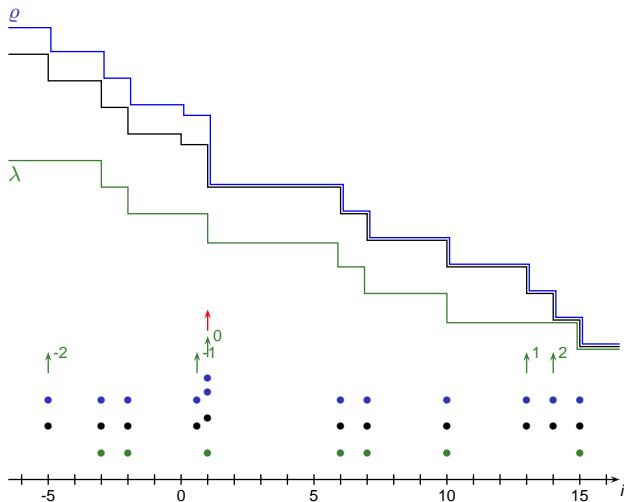
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



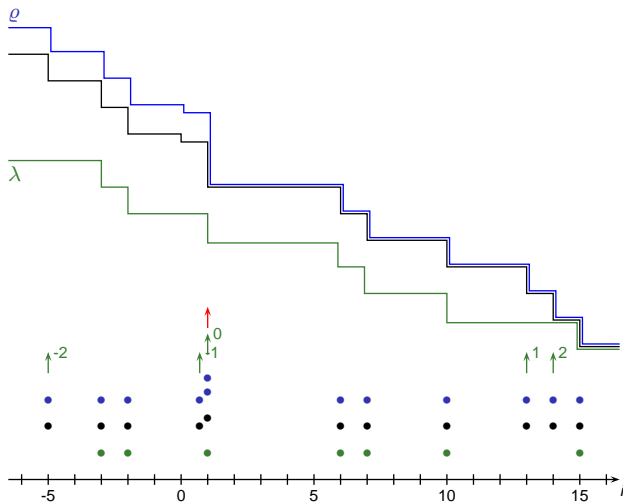
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



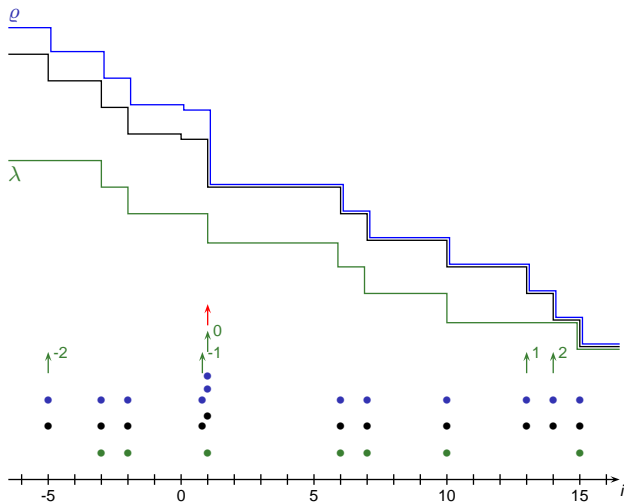
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



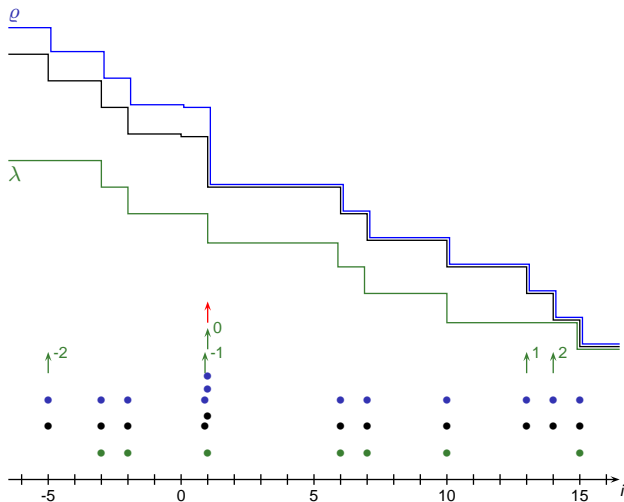
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



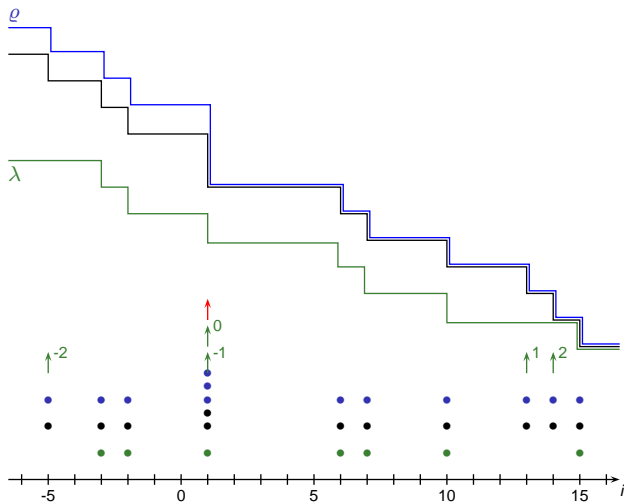
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



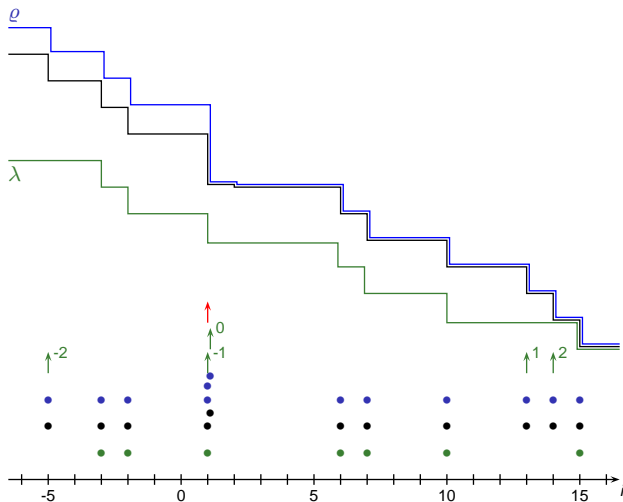
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

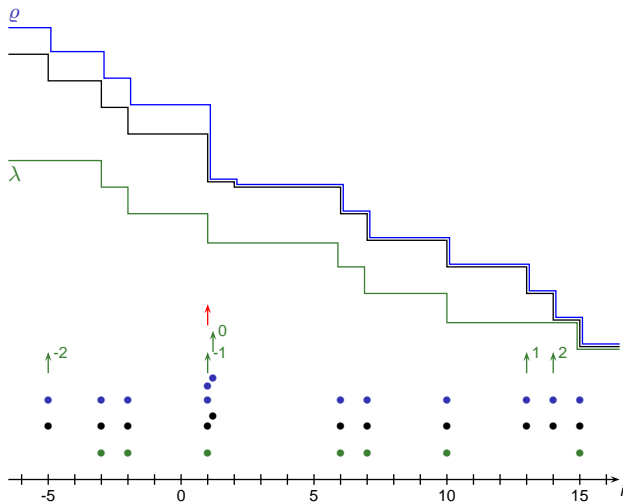
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

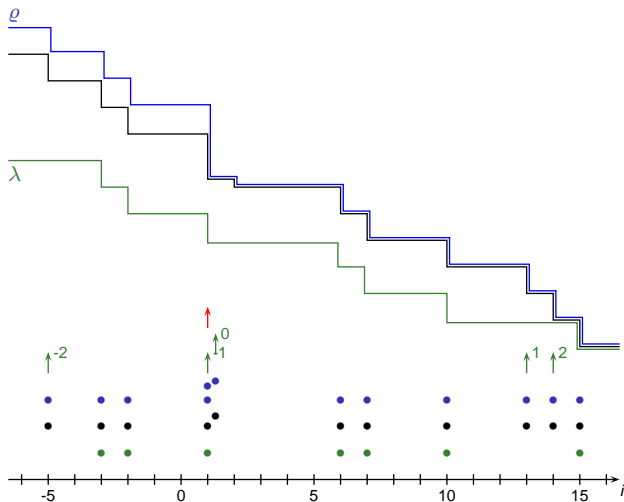


# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



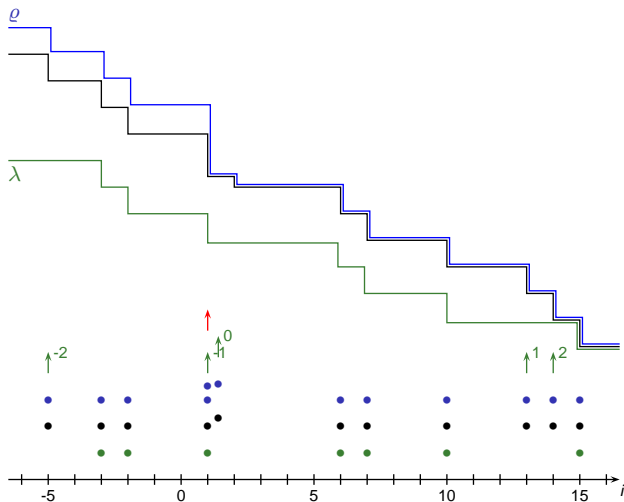
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



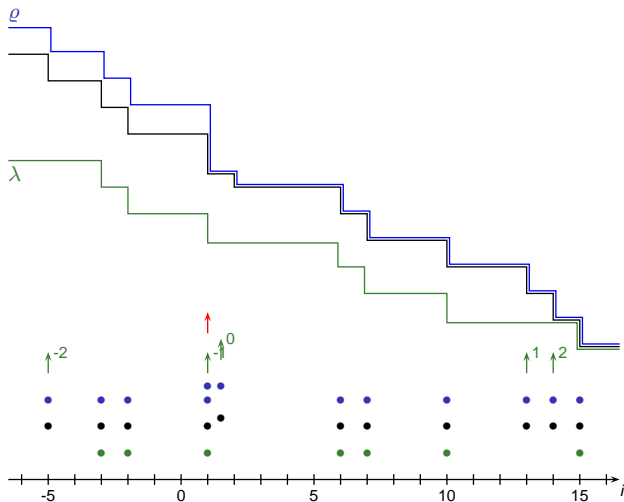
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske plusz egy



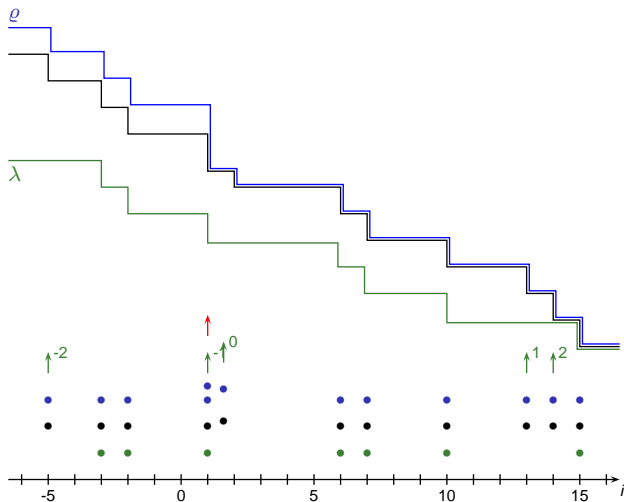
Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

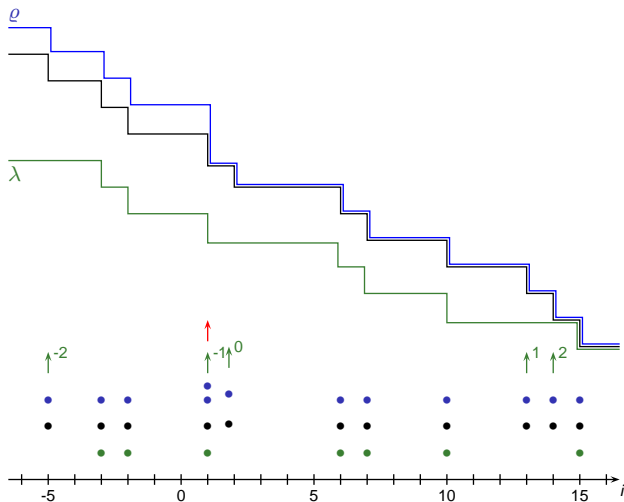
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

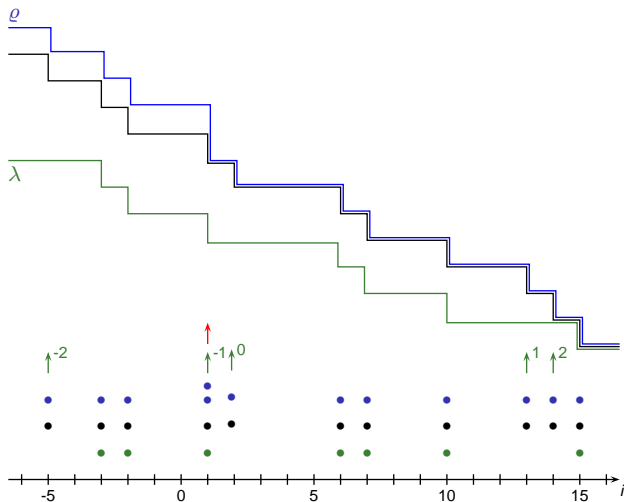


# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

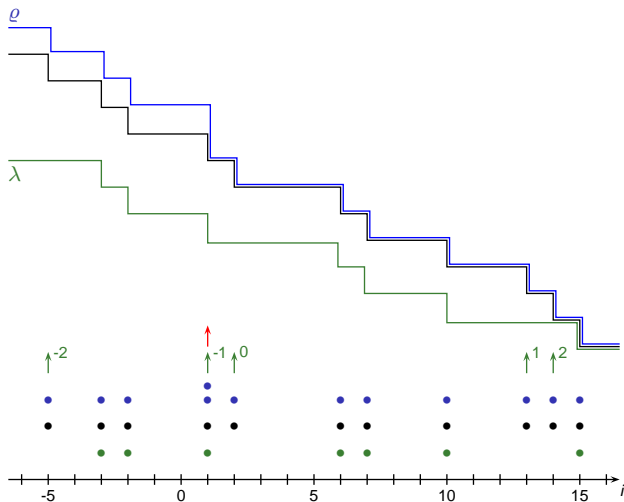
# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.



# Sok másodosztályú részecske **plusz egy**



Csatoljunk három modellt, és  $X(t)$ -t  $Q(t)$ -hoz.

# Mikroszkopikus konvexitás/konkavitás

azt mondjuk, hogy egy modell **mikroszkopikusan konvex**, ha van olyan három-modell csatolás, hogy  $Q(t) \geq X(t)$  –hiba megvalósul.

# Mikroszkopikus konvexitás/konkavitás

(Majdnem) azt mondjuk, hogy egy modell **mikroszkopikusan konvex**, ha van olyan három-modell csatolás, hogy  $Q(t) \geq X(t)$  –hiba megvalósul.

# Mikroszkopikus konvexitás/konkavitás

(Majdnem) azt mondjuk, hogy egy modell **mikroszkopikusan konvex**, ha van olyan három-modell csatolás, hogy  $Q(t) \geq X(t) - \text{hiba}$  megvalósul.

(Majdnem) azt mondjuk, hogy egy modell **mikroszkopikusan konkáv**, ha van olyan három-modell csatolás, hogy  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$  megvalósul.

## Normális fluktuációk:

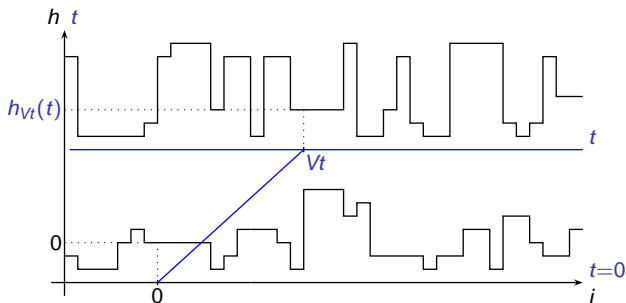
Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,

## Normális fluktuációk:

Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,

Tétel (Ferrari-Fontes (ASEP); B. (TAZRP, TABL))

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Vt}(t))}{t} = \text{Var}(\omega) \cdot |C - V|$$

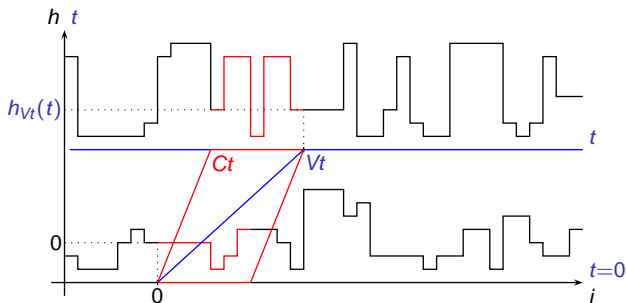


## Normális fluktuációk:

Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,

Tétel (Ferrari-Fontes (ASEP); B. (TAZRP, TABL))

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Vt}(t))}{t} = \text{Var}(\omega) \cdot |C - V|$$



A kezdőeloszlás fluktuációi a karakterisztikán mozognak ebben a skálázásban.

## Abnormális fluktuációk:

Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,



## Abnormális fluktuációk:

Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,  
a  $V = C$  karakterisztikán

Tétel (B. - Komjáthy - Seppäläinen (ASEP, exponenciális  
konkáv TAZRP, exponenciaális konvex TABLP))

$$0 < \liminf_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Ct}(t))}{t^{2/3}} \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Ct}(t))}{t^{2/3}} < \infty.$$

## Abnormális fluktuációk:

Ha van mikroszkopikus konvexitás/konkavitás,  
a  $V = C$  karakterisztikán

Tétel (B. - Komjáthy - Seppäläinen (ASEP, exponenciális konkáv TAZRP, exponenciaális konvex TABLP))

$$0 < \liminf_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Ct}(t))}{t^{2/3}} \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(h_{Ct}(t))}{t^{2/3}} < \infty.$$

Fontos előzmények: Cator és Groeneboom 2006, B., Cator és Seppäläinen 2006.

## Abnormális fluktuációk:

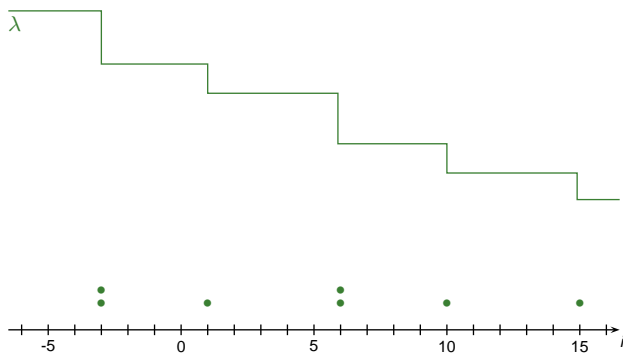
Funk.anal. módszerek: általánosabb kizárásos folyamatok  
(Quastel és Valkó).

## Abnormális fluktuációk:

Funk.anal. módszerek: általánosabb kizárásos folyamatok (Quastel és Valkó).

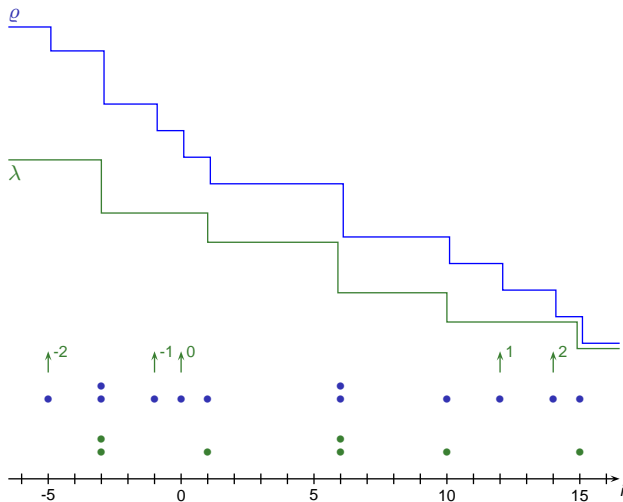
Határeloszlás RSK-megfeleléssel, Young tableaux-kkal, aszimptotikus analízissel (Tracy-Widom eloszlások; Ferrari, Johansson, Prähofer, Spohn, Tracy, Widom, ...): last passage perkoláció, kizárásos foly., polinukleáris növekedés, Hammersley folyamat, polimer modellek; a módszer másra érzékeny, mint a mienk.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



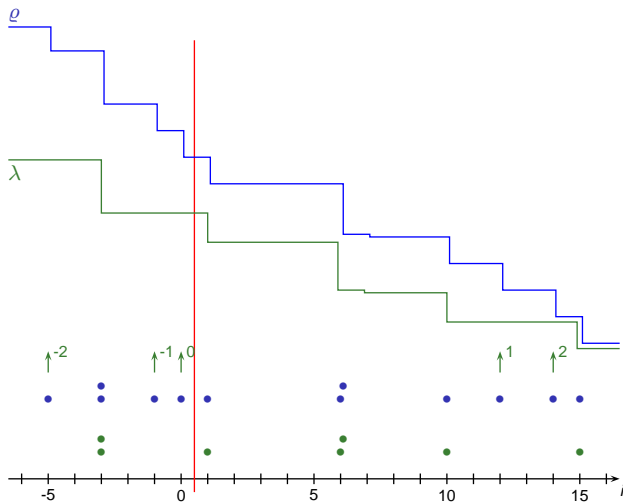
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



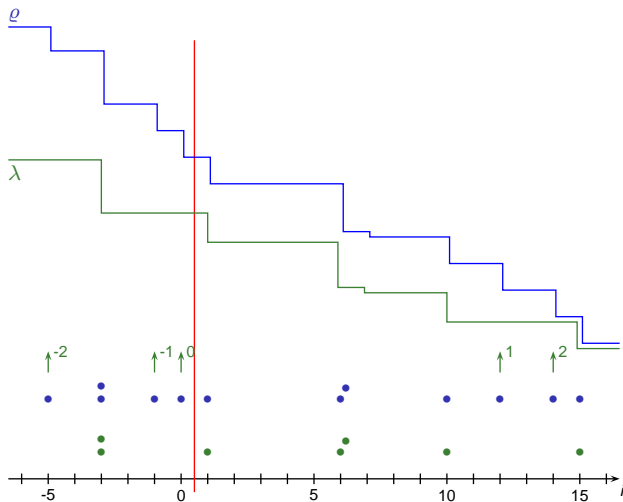
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

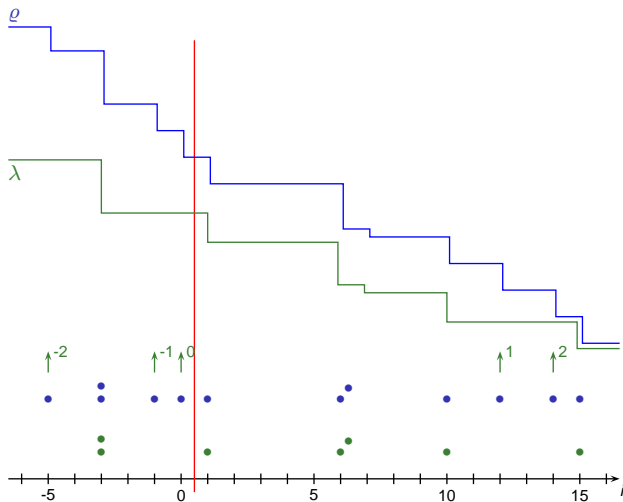
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

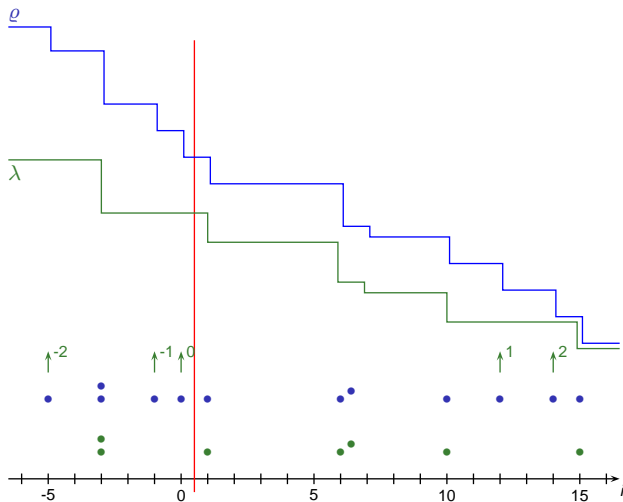


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



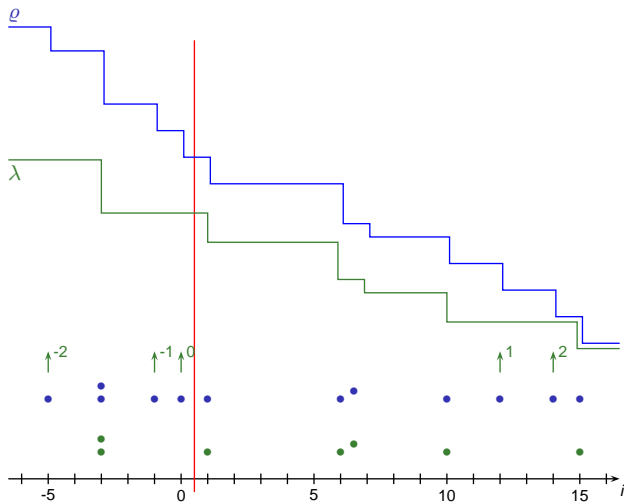
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



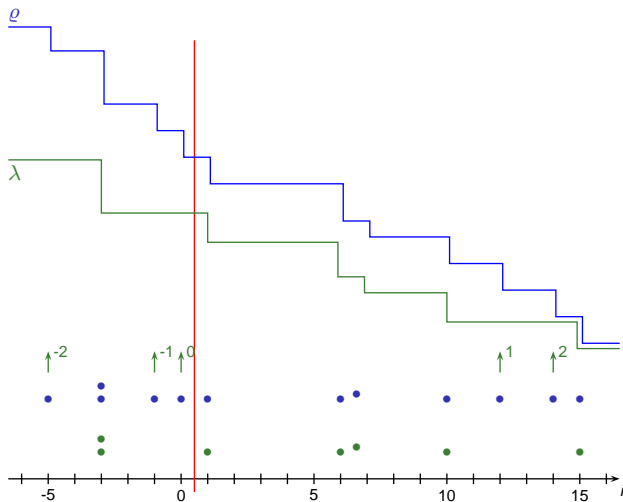
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



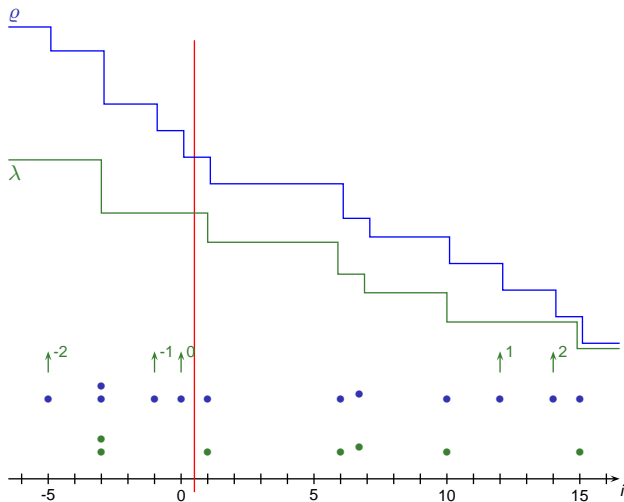
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



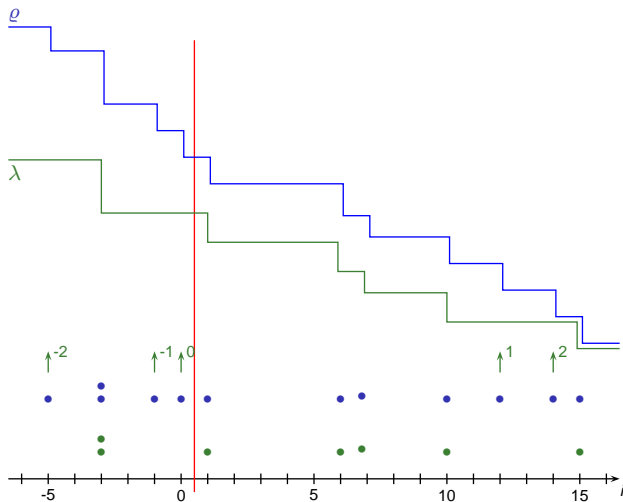
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



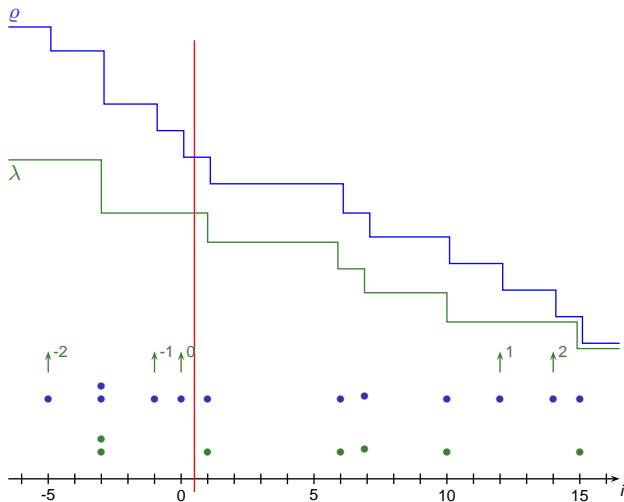
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



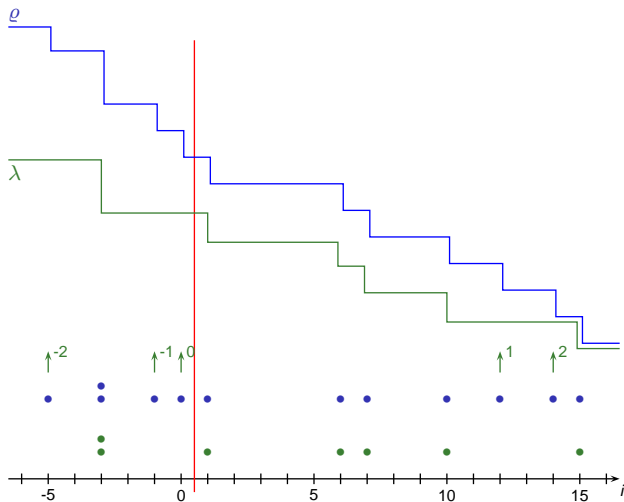
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

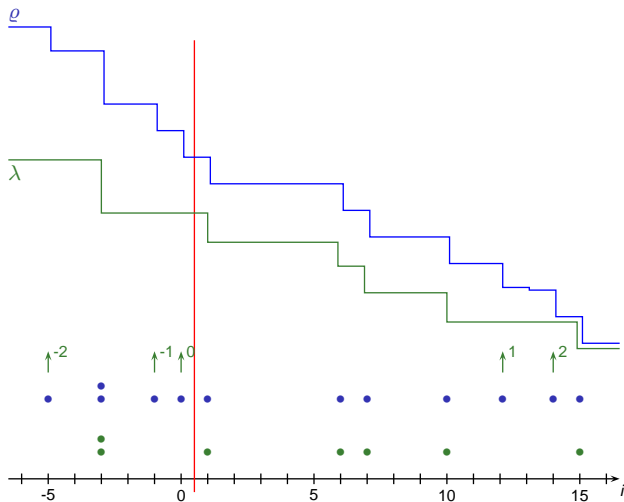
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

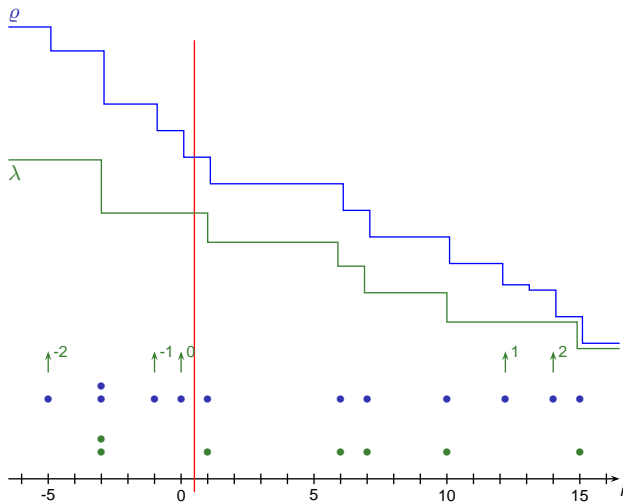


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



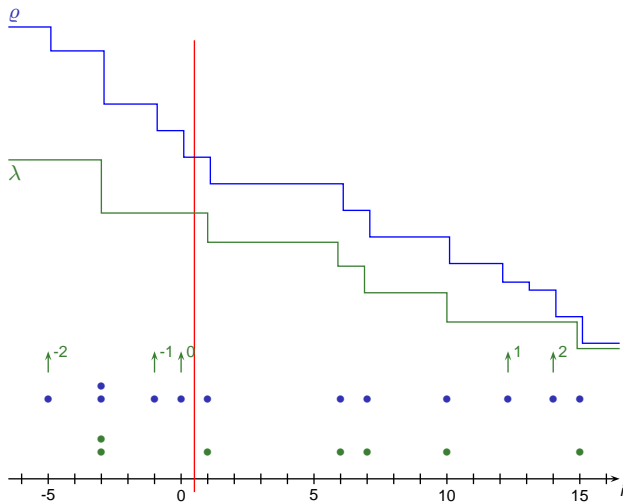
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



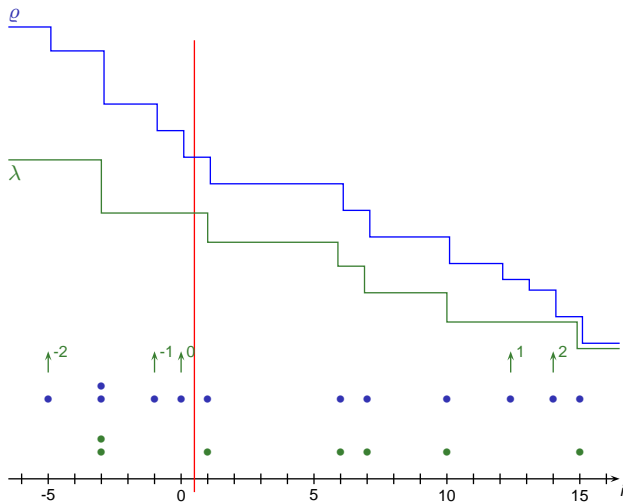
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



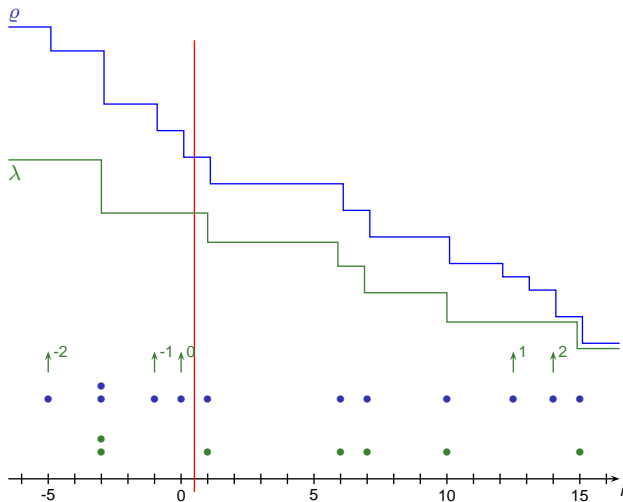
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



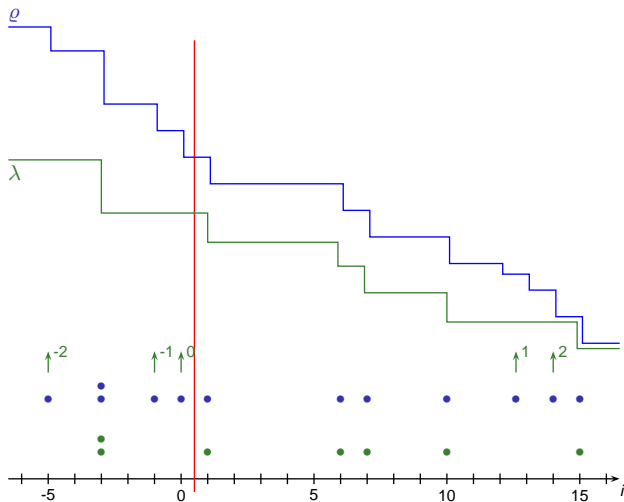
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



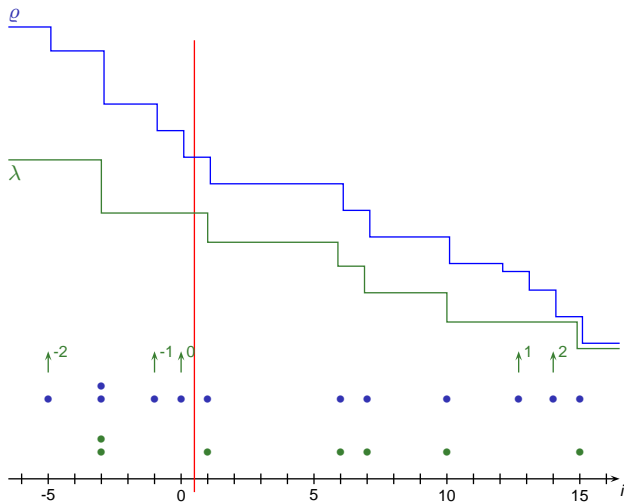
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



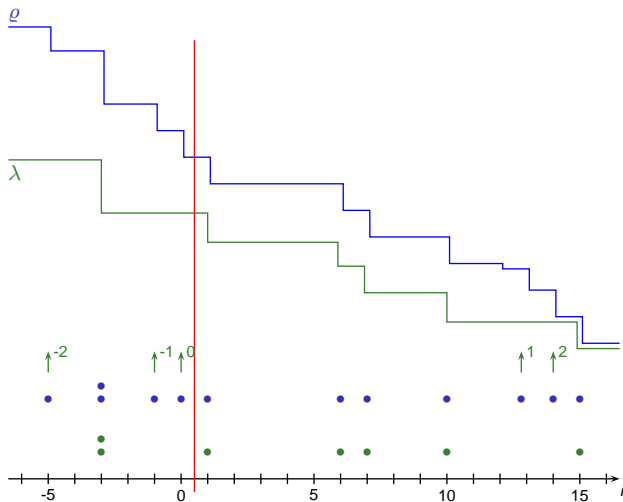
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

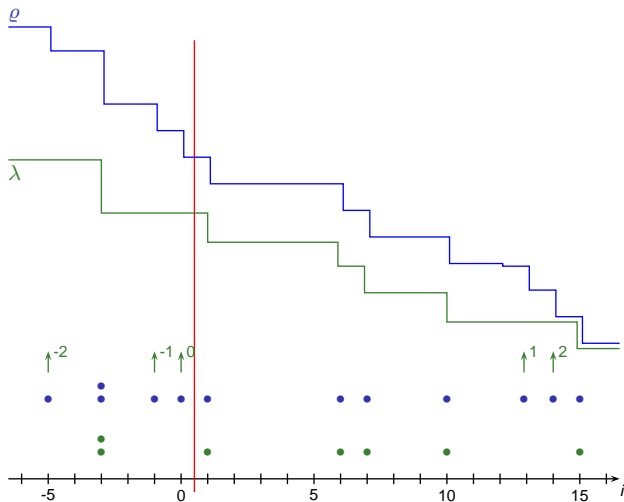
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

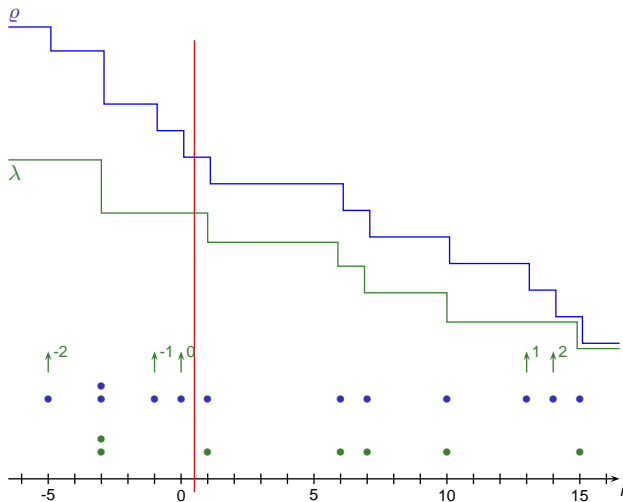


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



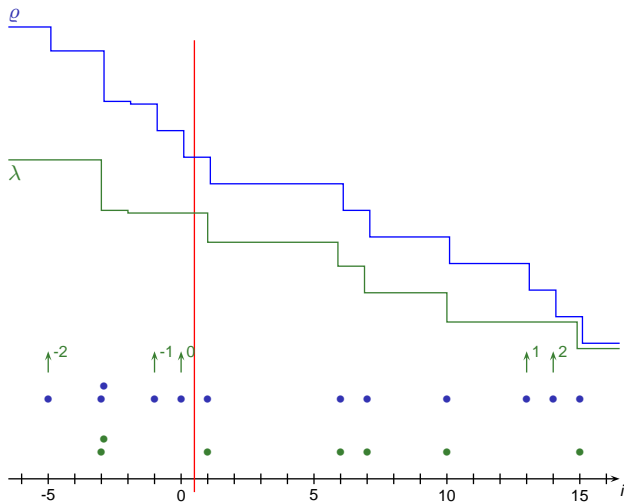
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



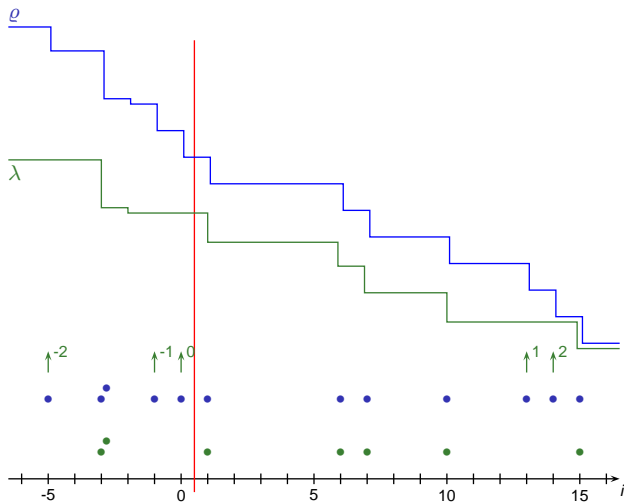
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



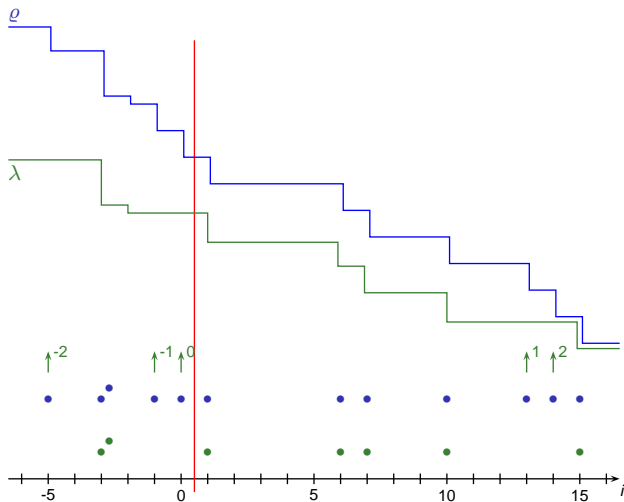
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



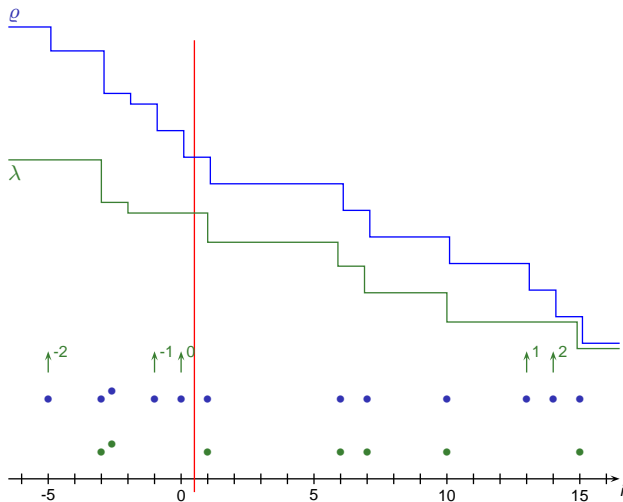
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



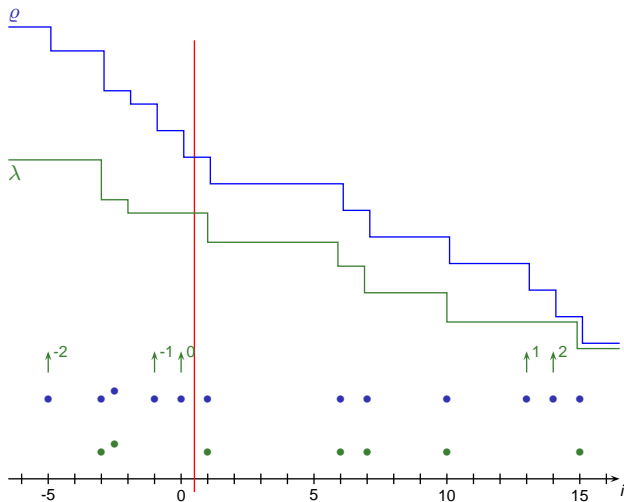
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



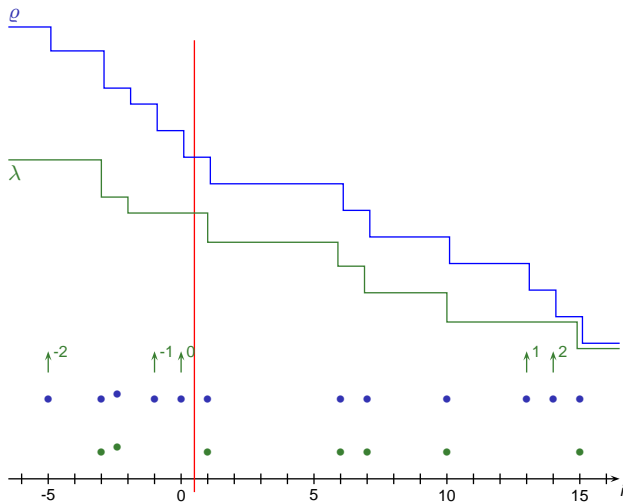
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

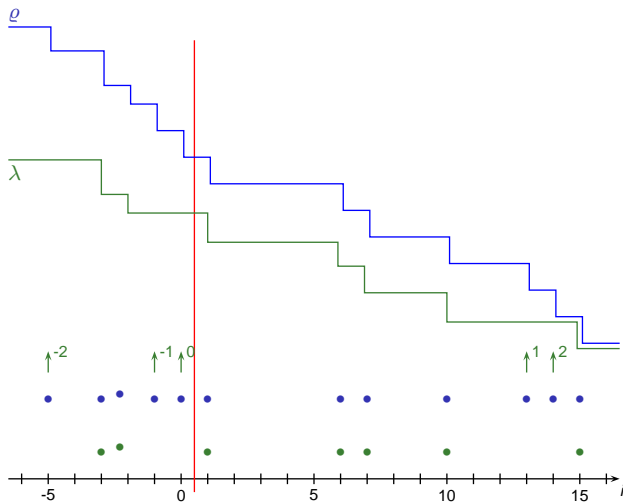
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

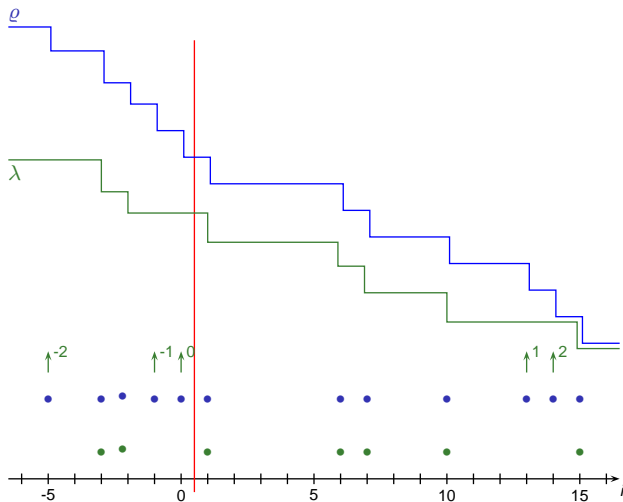


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



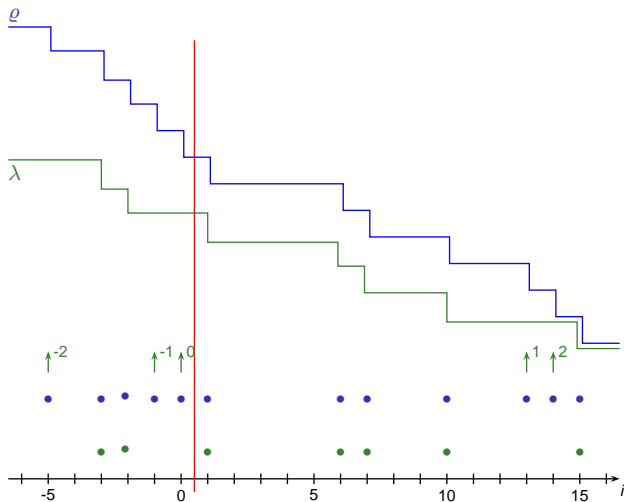
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



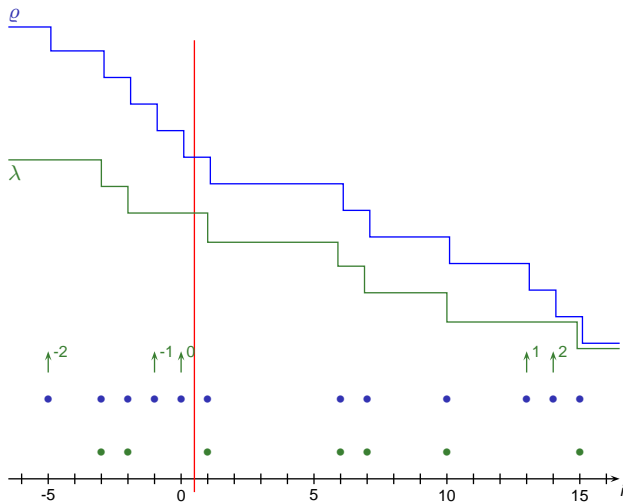
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



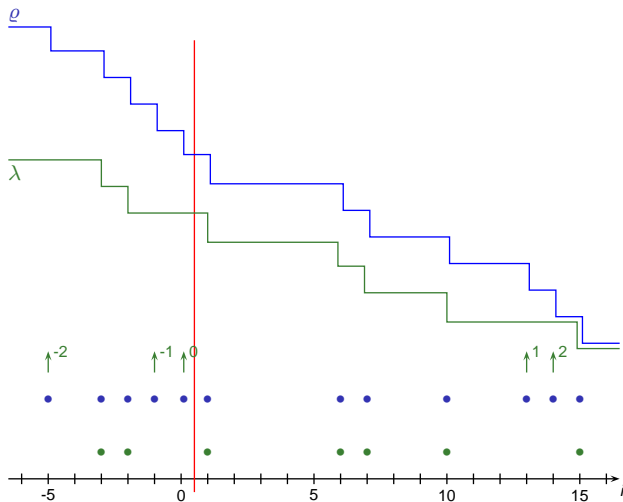
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



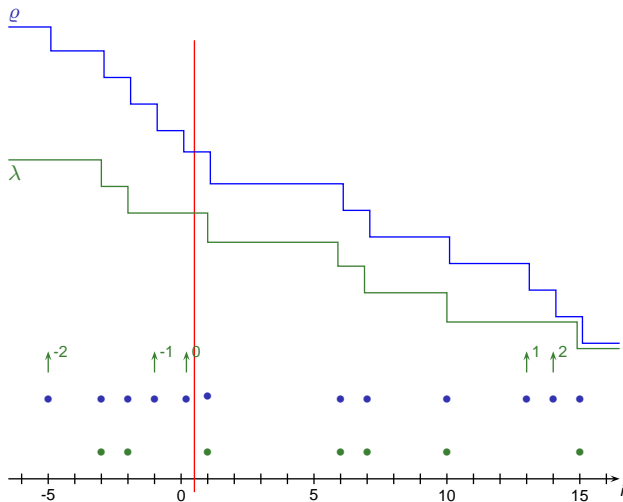
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



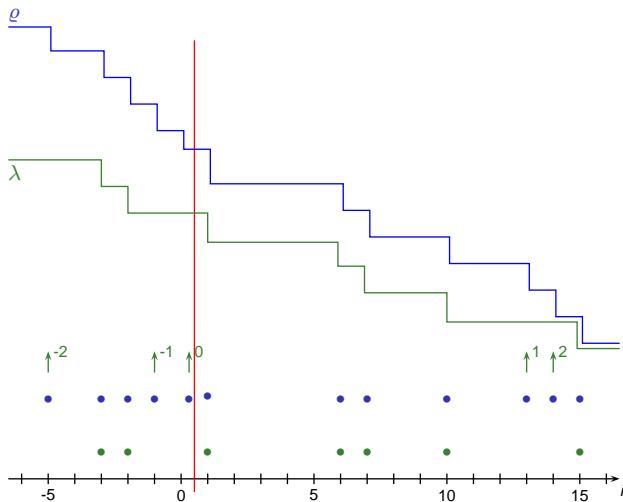
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



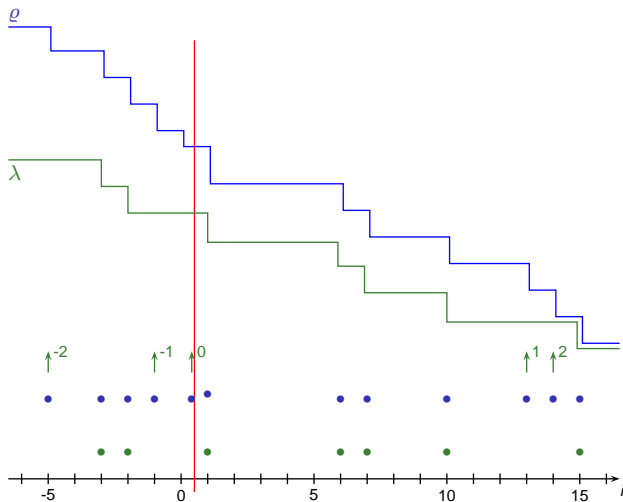
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

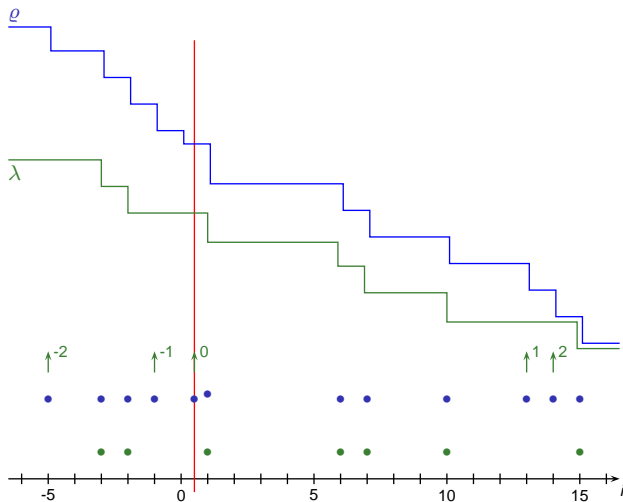
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

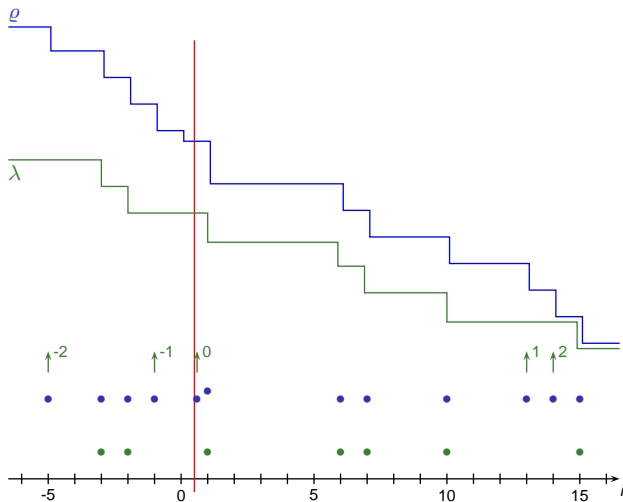


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



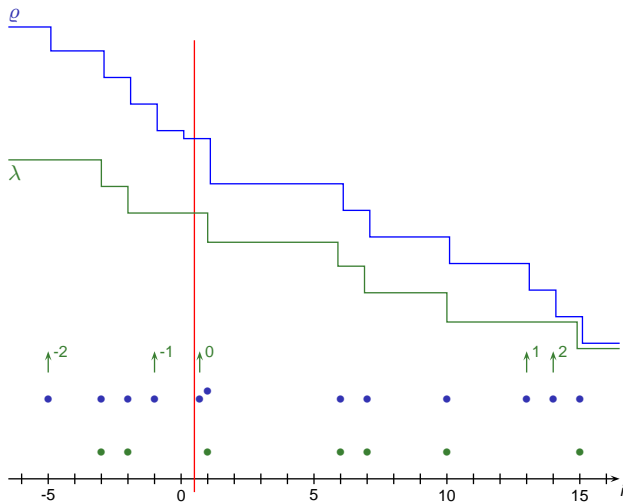
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



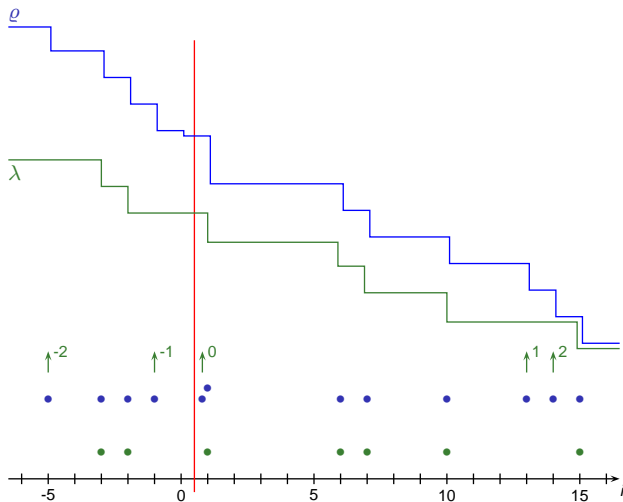
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



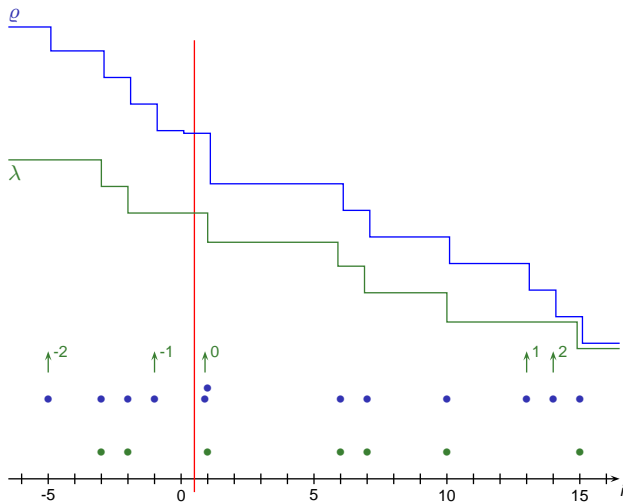
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



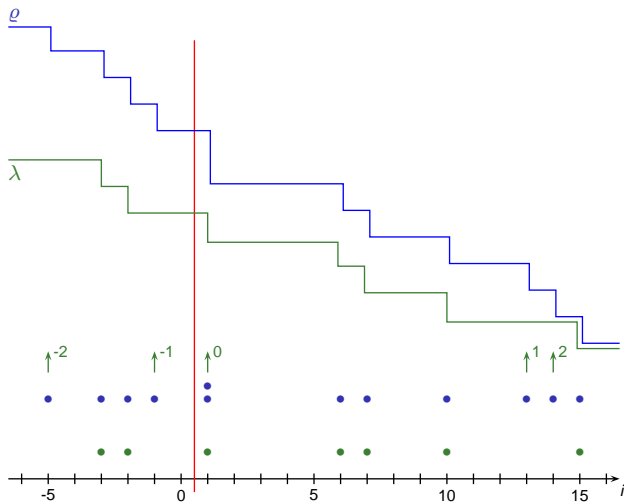
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



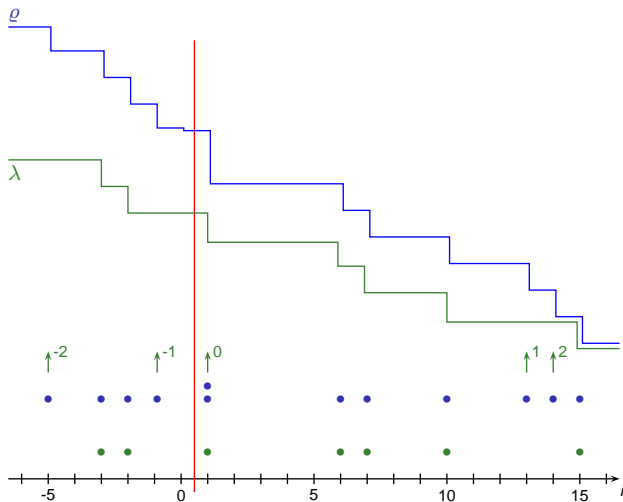
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



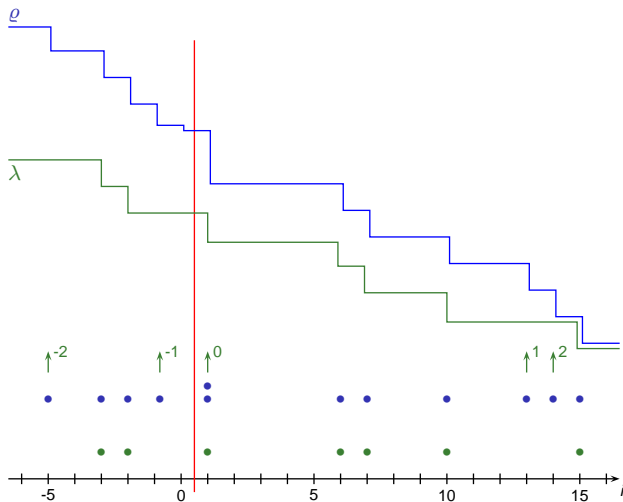
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

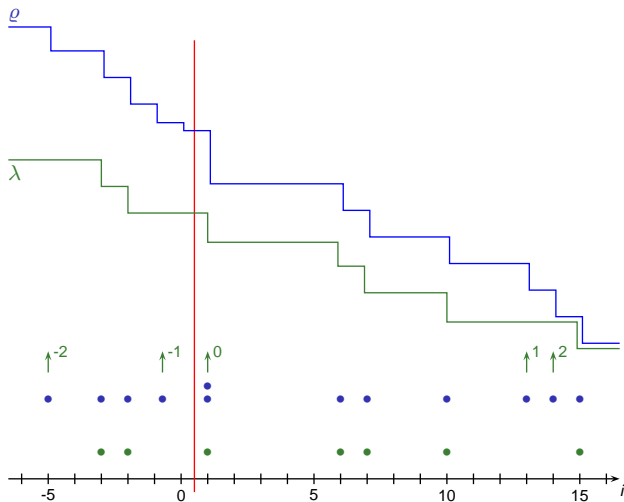
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

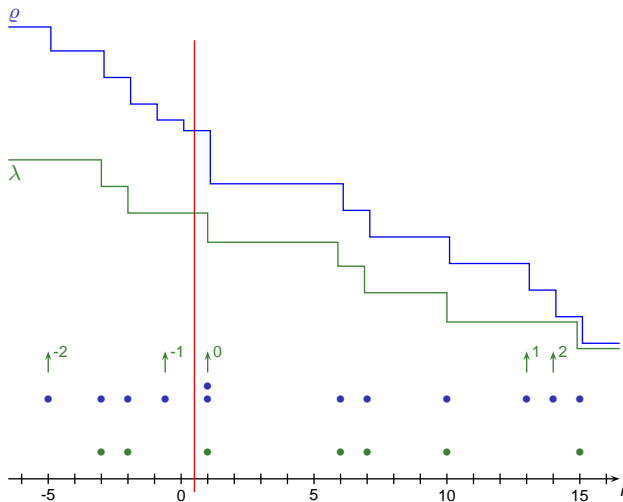


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



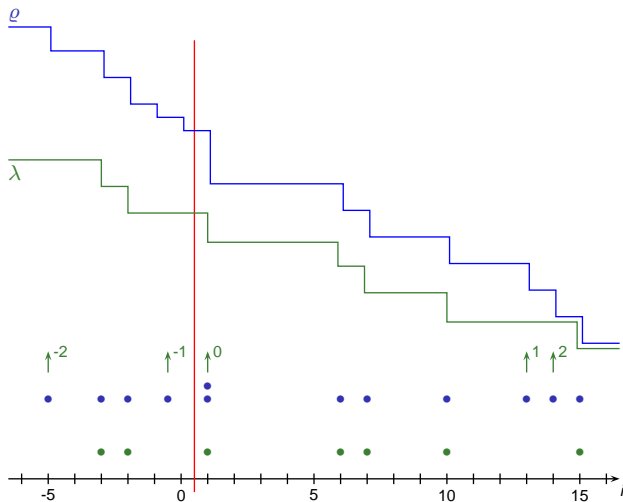
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



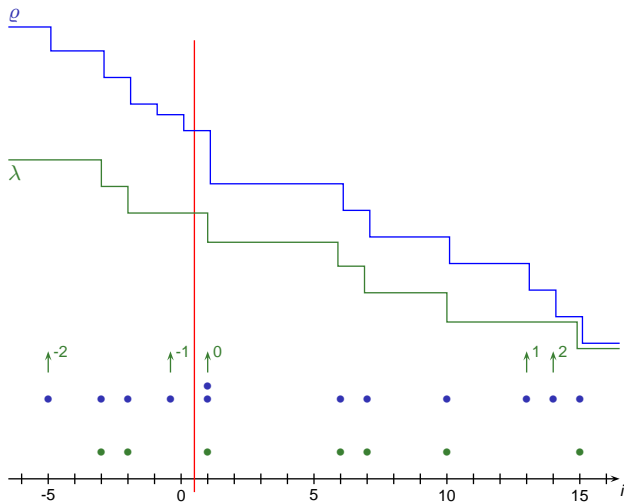
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



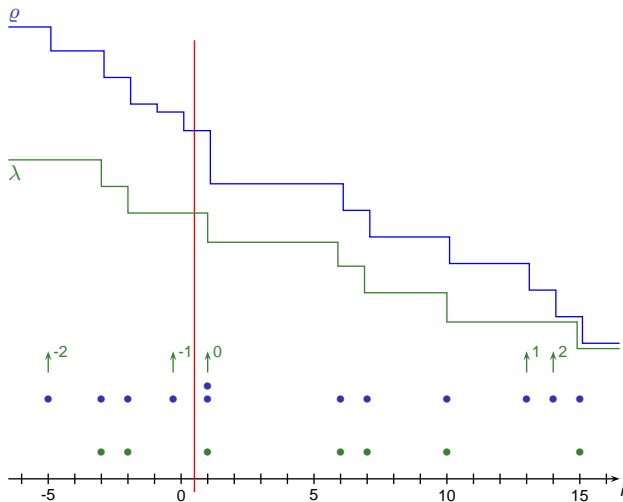
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



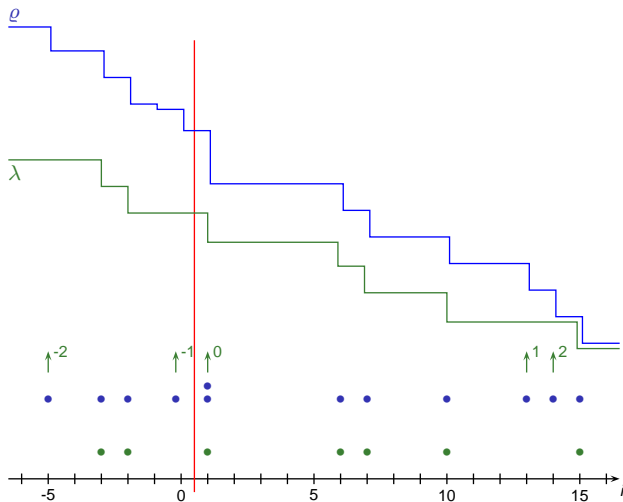
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



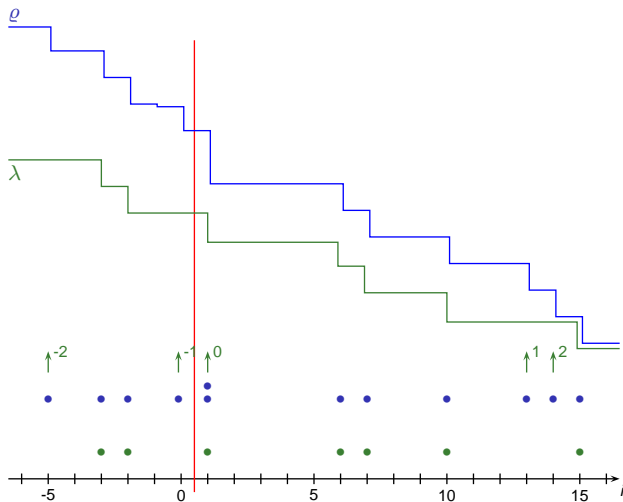
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



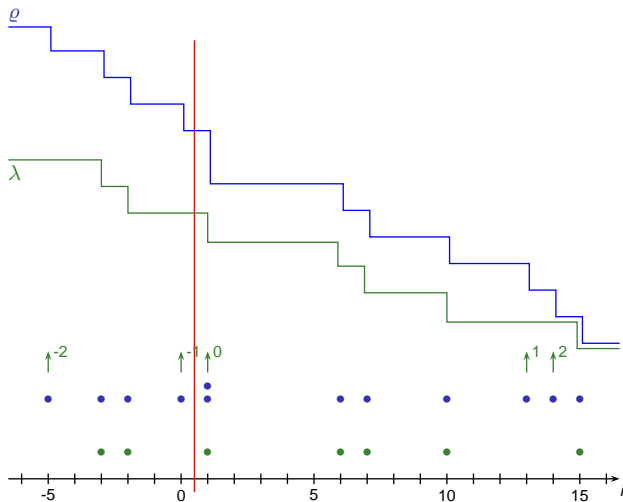
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

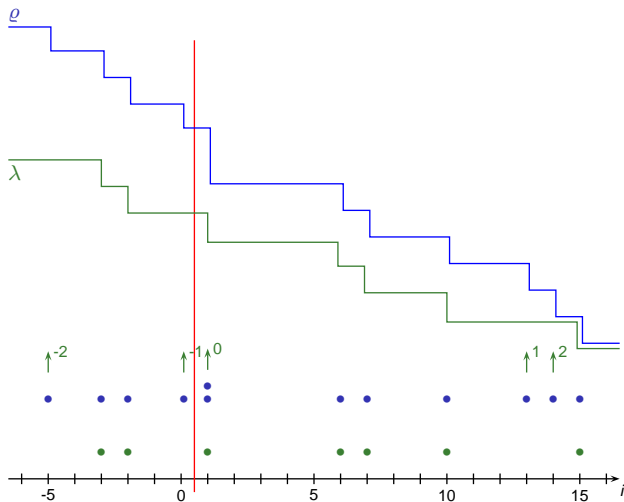
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

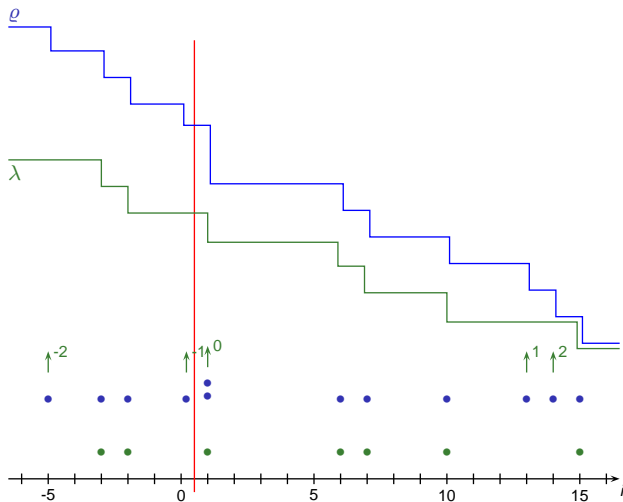


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



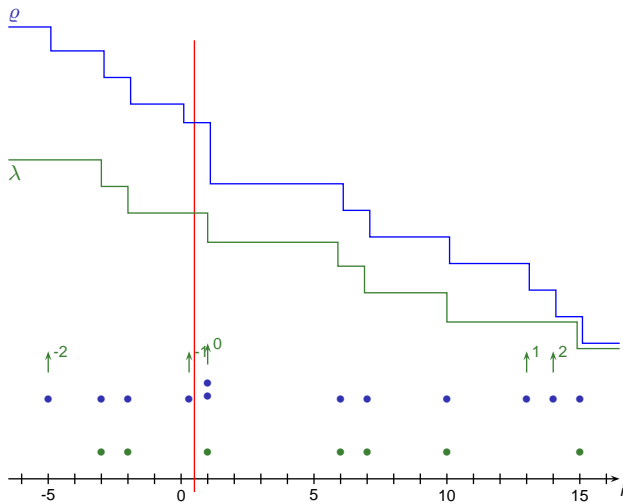
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



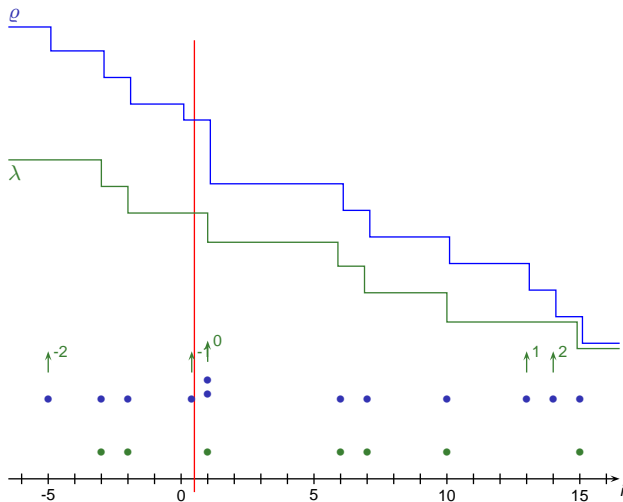
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



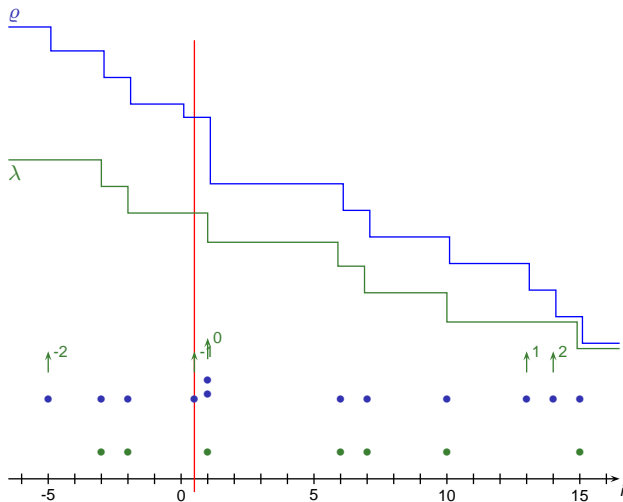
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



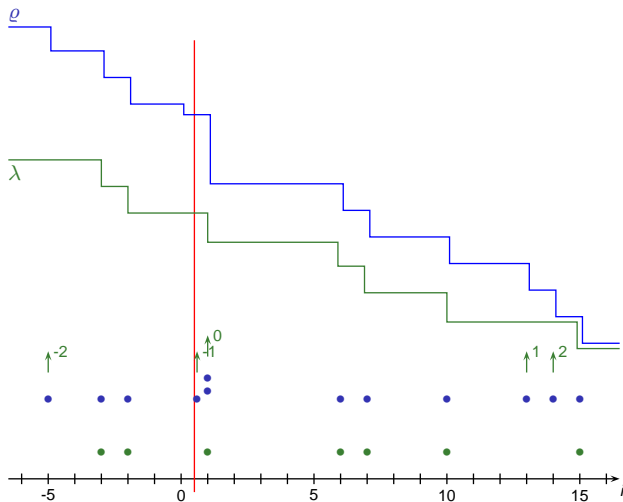
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



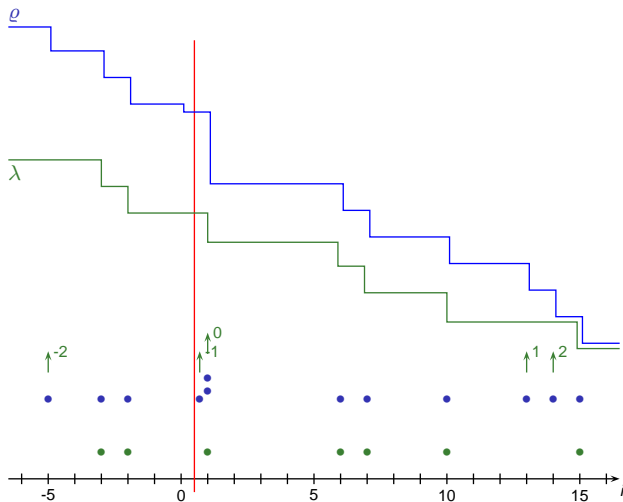
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



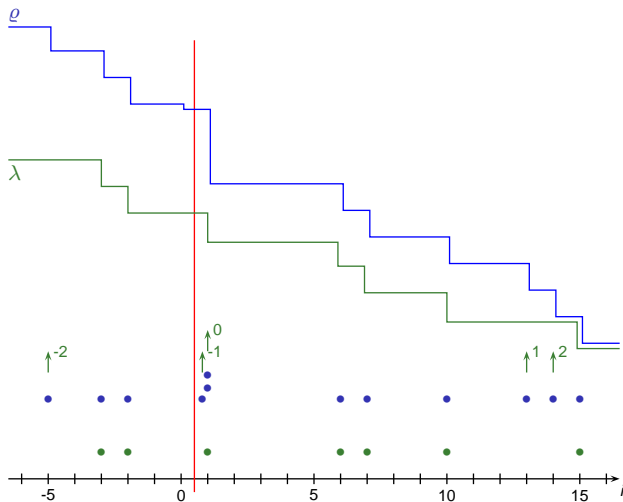
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

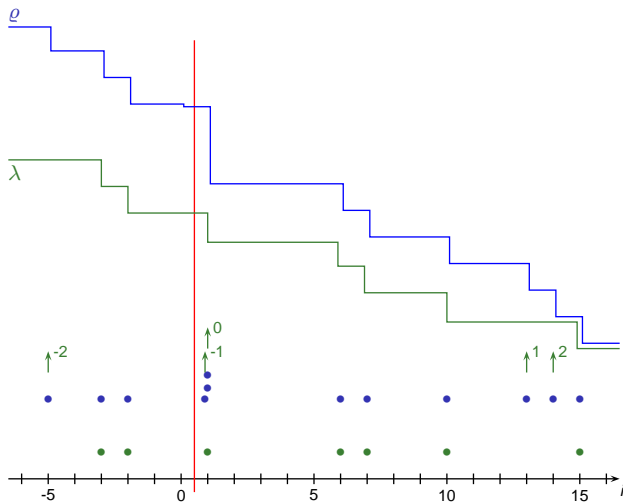
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

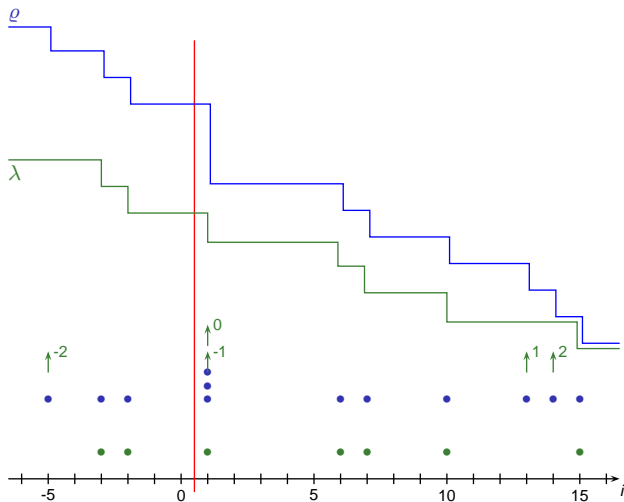


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



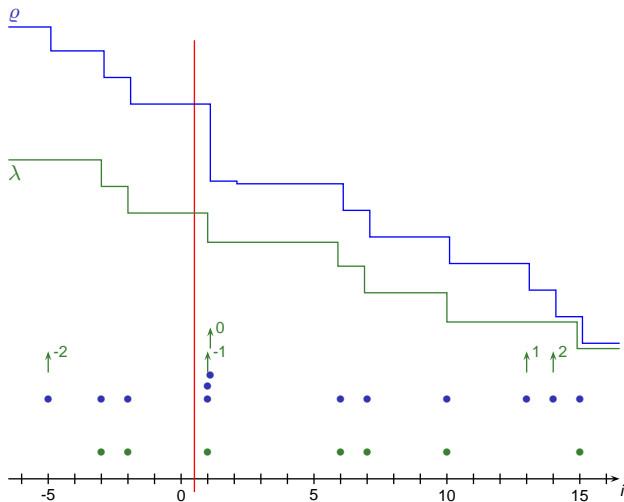
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

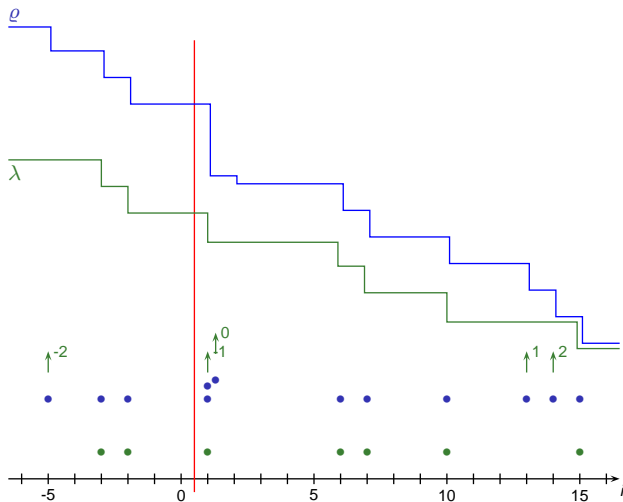
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

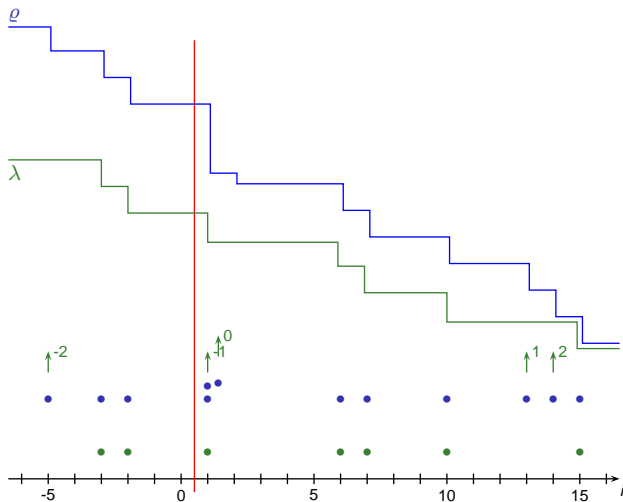


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



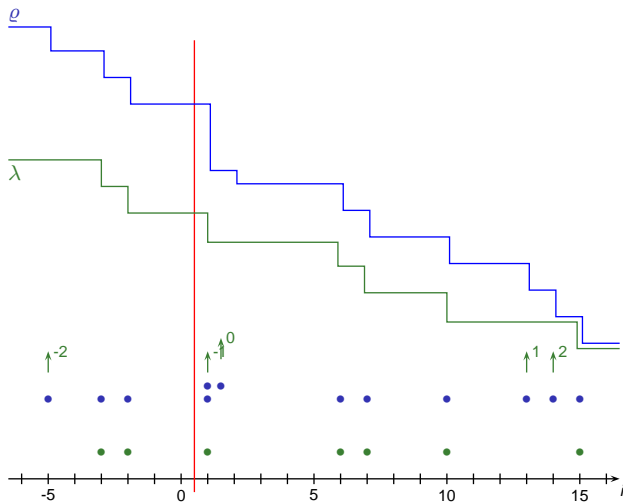
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



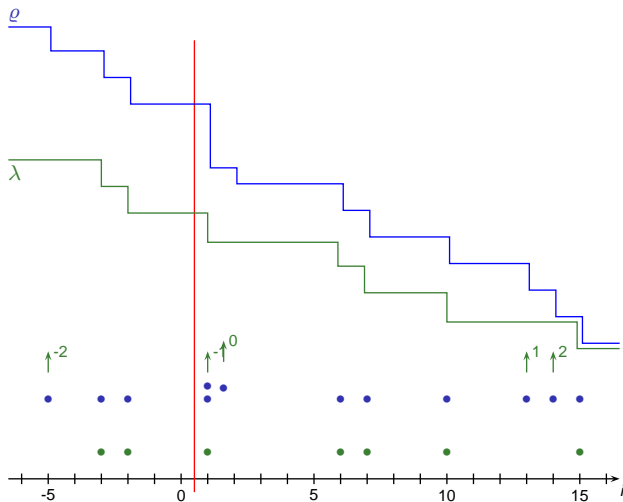
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

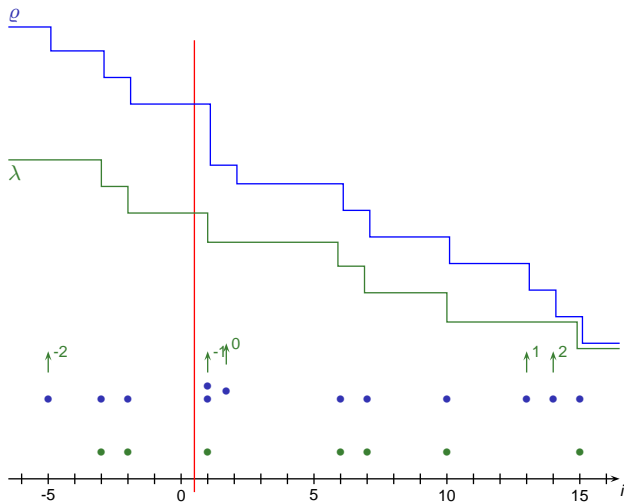
# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

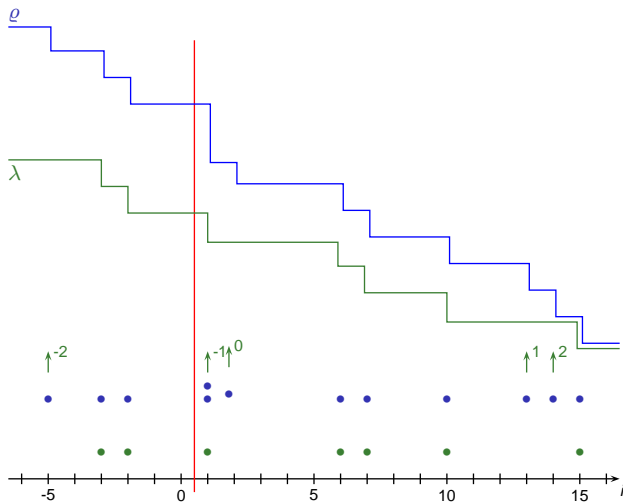


# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



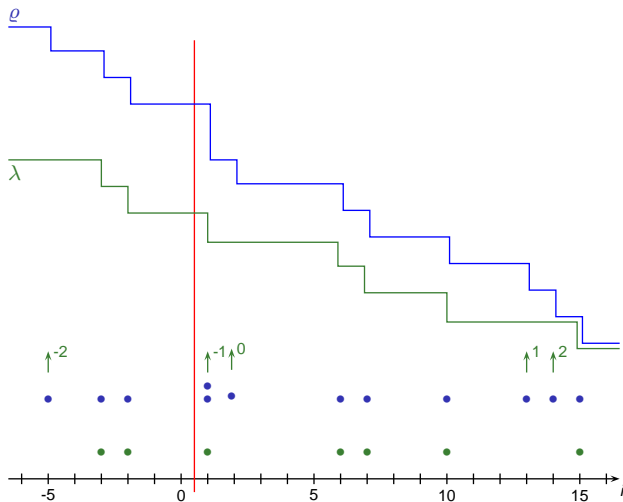
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



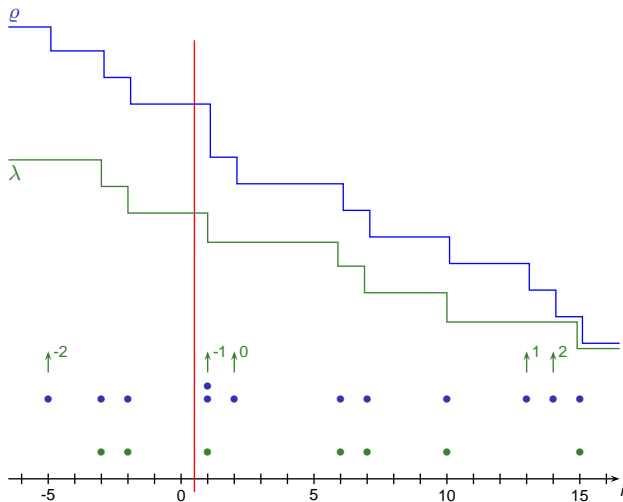
Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

# Bizonyítás: sok másodosztályú részecske



Másodosztályú részecskék árama: különbség a növekedésben.

## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

$$\mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ \leq \mathbf{P}\{X(t) \geq Ct + u\} \end{aligned}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ &\leq \mathbf{P}\{X(t) \geq Ct + u\} \\ &\leq \mathbf{P}\{h_{Ct+u}^e(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t) \geq 0\} \end{aligned}$$



## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ & \leq \mathbf{P}\{X(t) \geq Ct + u\} \\ & \leq \mathbf{P}\{h_{Ct+u}^e(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t) \geq 0\} \\ & = \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^e(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^\lambda(t) \geq -\mathbf{E}(h_{Ct+u}^e(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t))\}. \end{aligned}$$

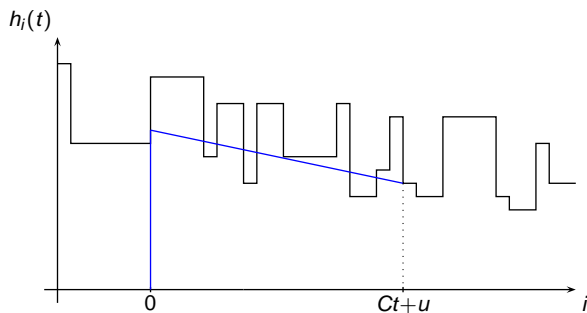
## Felső korlát (konkáv eset)

Emlékeztető:  $\mathbf{E}Q(t) = Ct$ , és  $Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$ .

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\
 & \leq \mathbf{P}\{X(t) \geq Ct + u\} \\
 & \leq \mathbf{P}\{h_{Ct+u}^e(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t) \geq 0\} \\
 & = \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^e(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^\lambda(t) \geq -\mathbf{E}(h_{Ct+u}^e(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t))\}.
 \end{aligned}$$

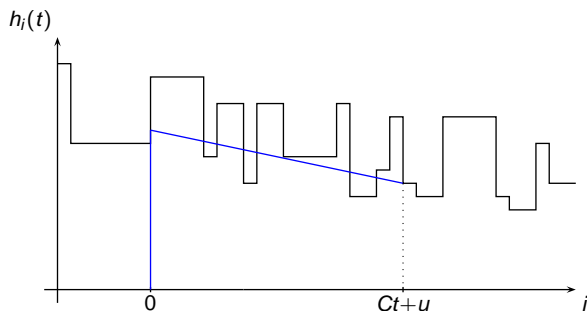
Emlékeztető:  $H = \mathbf{E}(\text{növekedési ráta})$ , és  $C = H'(\varrho)$ .

# Felső korlát (konkáv eset)



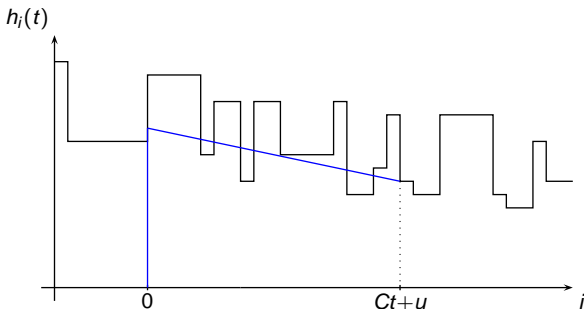
$$\mathbf{E}(h_{Ct+u}^o(t) - h_{Ct+u}^\lambda(t))$$

# Felső korlát (konkáv eset)



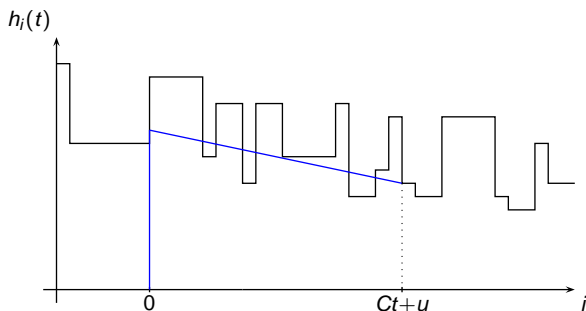
$$\begin{aligned} \mathbf{E}(h_{Ct+u}^{\varrho}(t) - h_{Ct+u}^{\lambda}(t)) \\ = [H(\varrho)t - (Ct + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (Ct + u)\lambda] \end{aligned}$$

# Felső korlát (konkáv eset)



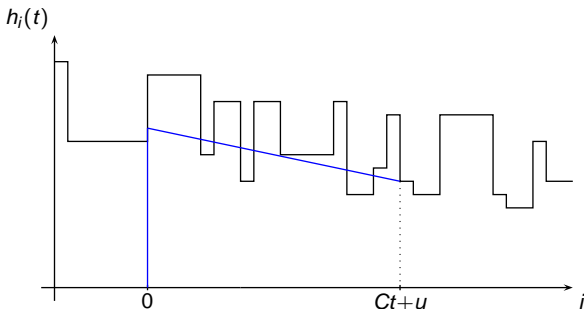
$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(h_{Ct+u}^{\varrho}(t) - h_{Ct+u}^{\lambda}(t)) &= [H(\varrho)t - (Ct + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (Ct + u)\lambda] \\
 &= [H(\varrho)t - (H'(\varrho)t + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (H'(\varrho)t + u)\lambda]
 \end{aligned}$$

# Felső korlát (konkáv eset)



$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(h_{Ct+u}^{\varrho}(t) - h_{Ct+u}^{\lambda}(t)) &= [H(\varrho)t - (Ct + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (Ct + u)\lambda] \\
 &= [H(\varrho)t - (H'(\varrho)t + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (H'(\varrho)t + u)\lambda] \\
 &= (H(\varrho) - H(\lambda) - H'(\varrho)(\varrho - \lambda))t - u(\varrho - \lambda)
 \end{aligned}$$

# Felső korlát (konkáv eset)



$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(h_{Ct+u}^{\varrho}(t) - h_{Ct+u}^{\lambda}(t)) &= [H(\varrho)t - (Ct + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (Ct + u)\lambda] \\
 &= [H(\varrho)t - (H'(\varrho)t + u)\varrho] - [H(\lambda)t - (H'(\varrho)t + u)\lambda] \\
 &= (H(\varrho) - H(\lambda) - H'(\varrho)(\varrho - \lambda))t - u(\varrho - \lambda) \\
 &\simeq -\frac{1}{2}H''(\varrho)(\varrho - \lambda)^2 - u(\varrho - \lambda).
 \end{aligned}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

Tehát:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ & \leq \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^{\varrho}(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^{\lambda}(t) \geq \frac{1}{2}H''(\varrho)(\varrho - \lambda)^2 + u(\varrho - \lambda)\}. \end{aligned}$$



## Felső korlát (konkáv eset)

Tehát:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ & \leq \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^{\varrho}(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^{\lambda}(t) \geq \frac{1}{2}H''(\varrho)(\varrho - \lambda)^2 + u(\varrho - \lambda)\}. \end{aligned}$$

Ne feledjük:  $H''(\varrho) < 0$ .

## Felső korlát (konkáv eset)

Tehát:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ & \leq \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^{\varrho}(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^{\lambda}(t) \geq \frac{1}{2}H''(\varrho)(\varrho - \lambda)^2 + u(\varrho - \lambda)\}. \end{aligned}$$

Ne feledjük:  $H''(\varrho) < 0$ .

Maximalizáljuk a jobb oldalt ( $\lambda$ )-ban, majd jöhet egy Csebisev egyenlőtlenség.

## Felső korlát (konkáv eset)

Tehát:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \\ \leq \mathbf{P}\{\tilde{h}_{Ct+u}^{\varrho}(t) - \tilde{h}_{Ct+u}^{\lambda}(t) \geq \frac{1}{2}H''(\varrho)(\varrho - \lambda)^2 + u(\varrho - \lambda)\}. \end{aligned}$$

Ne feledjük:  $H''(\varrho) < 0$ .

Maximalizáljuk a jobb oldalt ( $\lambda$ )-ban, majd jöhet egy Csebisev egyenlőtlenség.

$\mathbf{Var}(h_{Ct}^{\lambda}(t))$  és  $\mathbf{Var}(h_{Ct}^{\varrho}(t))$  összehasonlításával oda jutunk, hogy

$$\mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot \mathbf{Var}(h_{Ct}^{\varrho}(t)).$$

## Felső korlát (konkáv eset)

Tétel (B. - Seppäläinen; ötletek Tóth, B.-tól, H. Spohn-tól és M. Prähofer-től is)

(*Majdnem*) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | Q(t) - C \cdot t |$$

a teljes családban. (*A miértre visszatérünk...*)

## Felső korlát (konkáv eset)

Tétel (B. - Seppäläinen; ötletek Tóth, B.-tól, H. Spohn-tól és M. Prähofer-től is)

(*Majdnem*) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E}|Q(t) - C \cdot t|$$

a teljes családban. (A miértre visszatérünk...)

Ennek segítségével

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{Q(t) \geq Ct + u\} &\leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot \mathbf{Var}(h_{Ct}^e(t)) \\ &= c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot \mathbf{E}|Q(t) - C \cdot t|. \end{aligned}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\tilde{Q}(t) := Q(t) - Ct \quad \text{and} \quad E := \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)|,$$

ezzel (és egy hasonló alsó eltérés korláttal)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\tilde{Q}(t) := Q(t) - Ct \quad \text{and} \quad E := \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)|,$$

ezzel (és egy hasonló alsó eltérés korláttal)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

Ebből már kijön a  $t^{2/3}$  felső korlát:

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$



## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

$$E = \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)| = \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} du$$

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

$$\begin{aligned} E &= \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)| = \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} du \\ &= E \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv \end{aligned}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

$$\begin{aligned} E = \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)| &= \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} du \\ &= E \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv \\ &\leq E \int_{1/2}^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv + \frac{1}{2}E \end{aligned}$$

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

$$\begin{aligned} E &= \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)| = \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} du \\ &= E \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv \\ &\leq E \int_{1/2}^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv + \frac{1}{2}E \\ &\leq c \cdot \frac{t^2}{E^2} + \frac{1}{2}E, \end{aligned}$$

azaz:  $E^3 \leq c \cdot t^2$ .

## Felső korlát (konkáv eset)

$$\mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} \leq c \cdot \frac{t^2}{u^4} \cdot E.$$

$$\begin{aligned} E &= \mathbf{E}|\tilde{Q}(t)| = \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > u\} du \\ &= E \int_0^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv \\ &\leq E \int_{1/2}^\infty \mathbf{P}\{|\tilde{Q}(t)| > vE\} dv + \frac{1}{2}E \\ &\leq c \cdot \frac{t^2}{E^2} + \frac{1}{2}E, \end{aligned}$$

azaz:  $E^3 \leq c \cdot t^2$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) &\stackrel{\text{Thm}}{=} \text{konst.} \cdot \mathbf{E}|Q(t) - Ct| \\ &= \text{konst.} \cdot E \leq c \cdot t^{2/3}. \end{aligned}$$



# Alsó korlát

A felső korlátban a fontos nagyságrendek

$$u \text{ (} Q(t) \text{ deviációja)} \sim t^{2/3}, \quad \varrho - \lambda \sim t^{-1/3}$$

voltak.

Az alsó korlát hasonló érvelésekkel működik: összehasonlítottunk két modellt, melyek sűrűsége  $t^{-1/3}$ -al különbözik, használjuk a kapcsolatot  $Q(t)$ ,  $X(t)$  és a falmagasságok között.

# Alsó korlát

A felső korlátban a fontos nagyságrendek

$$u \text{ (} Q(t) \text{ deviációja)} \sim t^{2/3}, \quad \varrho - \lambda \sim t^{-1/3}$$

voltak.

Az alsó korlát hasonló érvelésekkel működik: összehasonlítottunk két modellt, melyek sűrűsége  $t^{-1/3}$ -al különbözik, használjuk a kapcsolatot  $Q(t)$ ,  $X(t)$  és a falmagasságok között.

Mind a felső, mind az alsó korlátban a mikroszkopikus konvexitás/konkavitás volt fontos:  $Q(t) \geq X(t)$  (konvex) vagy  $Q(t) \leq X(t)$  (konkáv).

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E}|Q(t) - C \cdot t|$$

a teljes családban. (Miért:)



## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E}|Q(t) - C \cdot t|$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $Q(0) = 0$ , azaz  $\omega_i(0) = \omega_i(0) + \delta_{i0}$ .

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | \mathbf{Q}(t) - \mathbf{C} \cdot t |$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $\mathbf{Q}(0) = 0$ , azaz  
 $\omega_i(0) = \omega_i(0) + \delta_{i0}$ .

$$\omega_i(t) = \omega_i(t) + \mathbf{1}\{\mathbf{Q}(t) = i\}$$

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | \mathbf{Q}(t) - \mathbf{C} \cdot t |$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $\mathbf{Q}(0) = 0$ , azaz  $\omega_i(0) = \omega_i(0) + \delta_{i0}$ .

$$\omega_i(t) = \omega_i(t) + \mathbf{1}\{\mathbf{Q}(t) = i\}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = \mathbf{z}] &= \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = \mathbf{z}] \\ &+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = i | \omega_0(0) = \mathbf{z}] \end{aligned}$$

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | Q(t) - C \cdot t |$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $Q(0) = 0$ , azaz  $\omega_i(0) = \omega_i(0) + \delta_{i0}$ .

$$\omega_i(t) = \omega_i(t) + \mathbf{1}\{Q(t) = i\}$$

$$\mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z] = \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[Q(t) = i | \omega_0(0) = z]$$

$$\mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z + 1] = \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[Q(t) = i | \omega_0(0) = z]$$

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\text{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | \mathbf{Q}(t) - \mathbf{C} \cdot t |$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $\mathbf{Q}(0) = 0$ , azaz  $\omega_i(0) = \omega_i(0) + \delta_{i0}$ .

$$\omega_i(t) = \omega_i(t) + \mathbf{1}\{\mathbf{Q}(t) = i\}$$

$$\mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z] = \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = i | \omega_0(0) = z]$$

$$\mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z + 1] = \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = i | \omega_0(0) = z]$$

$$\mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z + 1] = \mathbf{E}[\omega_i(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = i | \omega_0(0) = z]$$

## Mire jó a másodosztályú részecske?

(Majdnem) stacionárius eloszlásból indítva,

$$\mathbf{Var}(h_{Ct}(t)) = c \cdot \mathbf{E} | \mathbf{Q}(t) - C \cdot t |$$

a teljes családban. (Miért:) Legyen  $\mathbf{Q}(0) = 0$ , azaz  $\omega_j(0) = \omega_j(0) + \delta_{j0}$ .

$$\omega_j(t) = \omega_j(t) + \mathbf{1}\{\mathbf{Q}(t) = j\}$$

$$\mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z] = \mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = j | \omega_0(0) = z]$$

$$\mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z + 1] = \mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = j | \omega_0(0) = z]$$

$$\mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z + 1] = \mathbf{E}[\omega_j(t) | \omega_0(0) = z]$$

$$+ \mathbf{P}[\mathbf{Q}(t) = j | \omega_0(0) = z]$$

↪ Felépíthető a  $\mathbf{Cov}(\omega_j(t), \omega_0(0))$  stacionárius téridő-kovariancia.

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\varrho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\varrho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP			



# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\varrho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP			

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP			



# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP			

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP			



# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
kevésbé konkáv/konvex rátájú (T)AZRP, (T)ABLP			

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
kevésbé konkáv/konvex rátájú (T)AZRP, (T)ABLP	konkáv/ konvex		

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

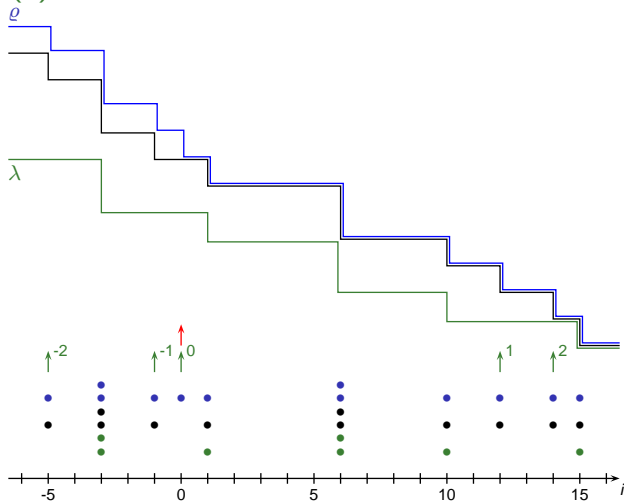
Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
kevésbé konkáv/konvex rátájú (T)AZRP, (T)ABLP	konkáv/ konvex	??	

# Mikroszkopikus konkavitás/konvexitás

Modell	$H(\rho)$	Mikro k.?	$t^{2/3}$ skálázás
TASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-S.)
ASEP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-S.)
1 rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t)$	megvan (B.-K.)
konkáv exp rátájú TAZRP	konkáv	$Q(t) \leq X(t) + \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
konvex exp rátájú TABLP	konvex	$Q(t) \geq X(t) - \text{Hiba}$	megvan (B.-K.-S.)
kevésbé konkáv/konvex rátájú (T)AZRP, (T)ABLP	konkáv/ konvex	??	??

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

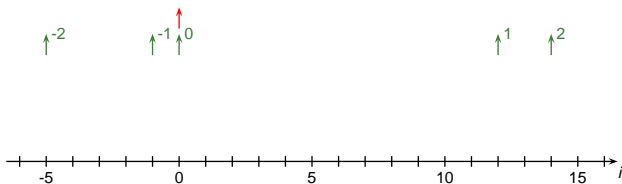


Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.



# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$



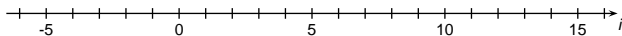
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



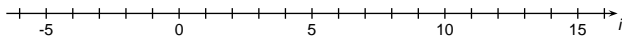
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



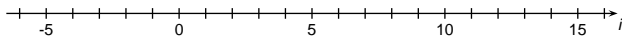
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



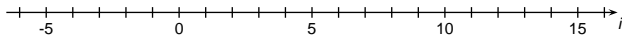
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



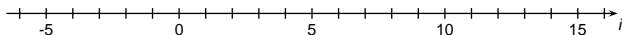
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



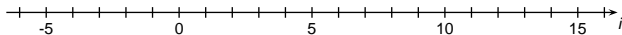
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



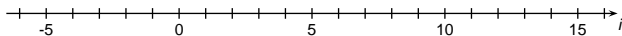
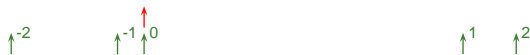
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

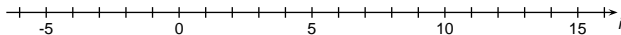


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



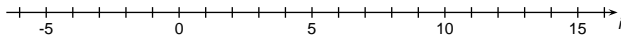
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



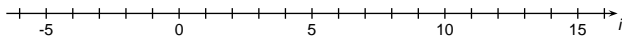
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



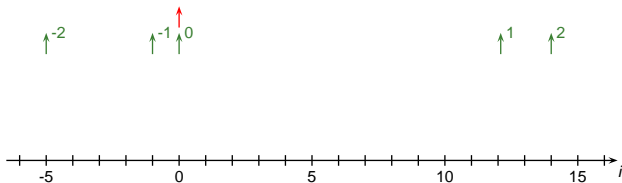
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



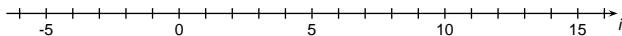
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



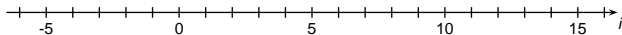
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



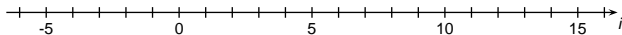
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



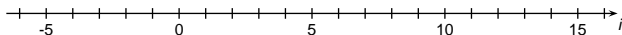
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

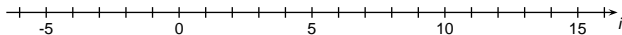


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



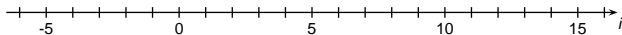
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér-folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



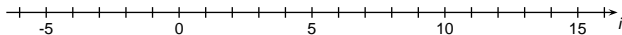
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



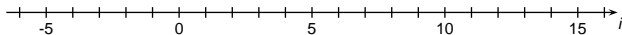
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



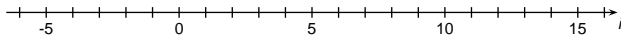
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



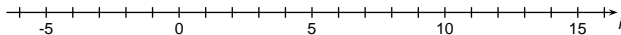
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



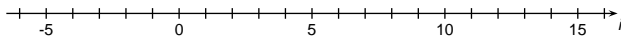
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



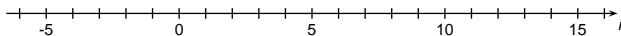
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér-folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

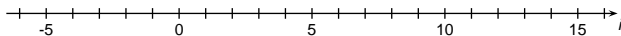


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



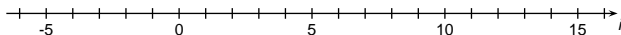
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



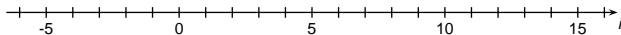
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



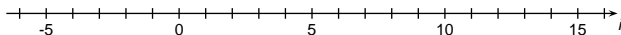
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



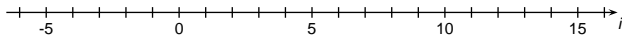
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



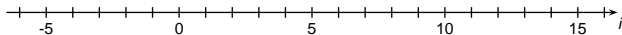
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér-folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



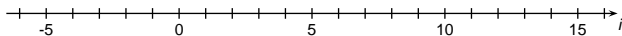
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



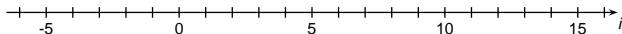
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

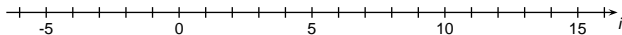


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



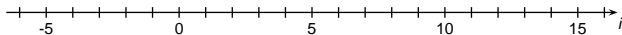
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



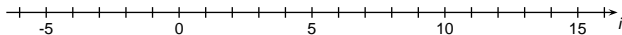
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



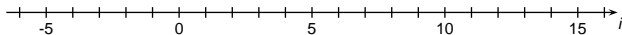
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



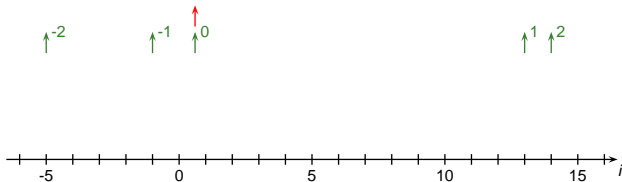
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



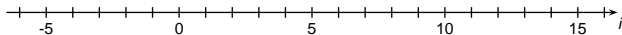
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



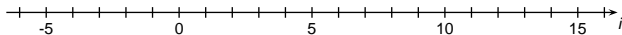
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



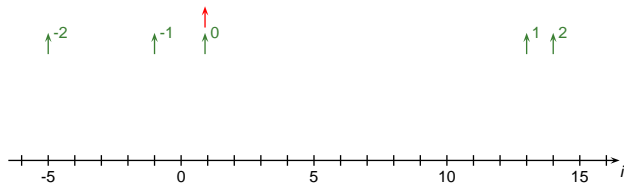
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

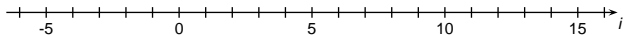


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



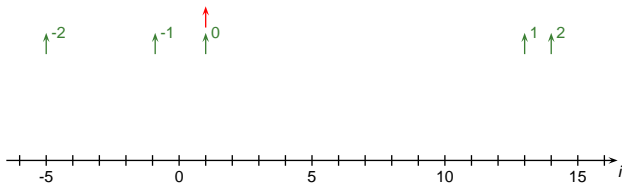
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



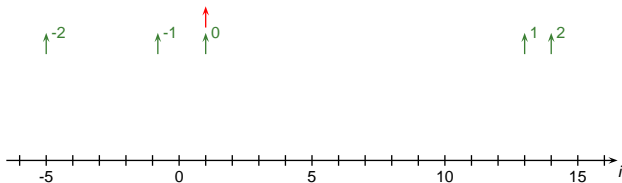
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



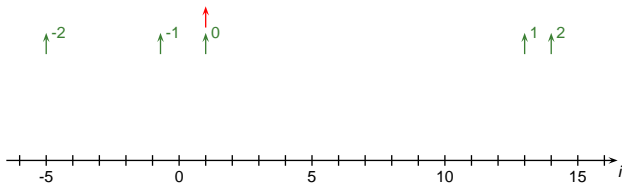
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



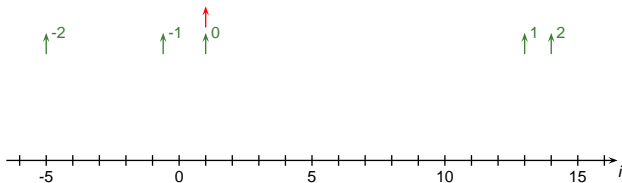
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



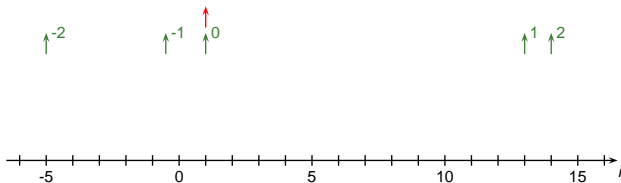
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



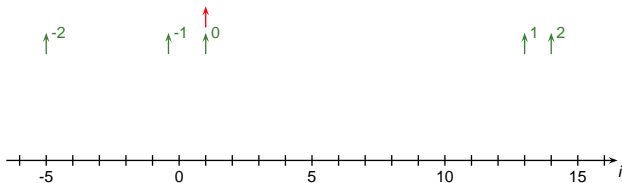
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



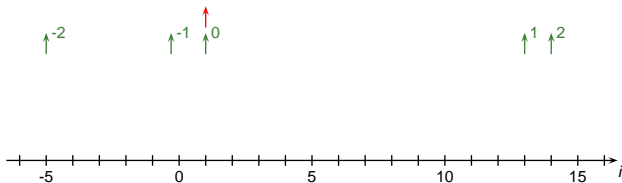
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

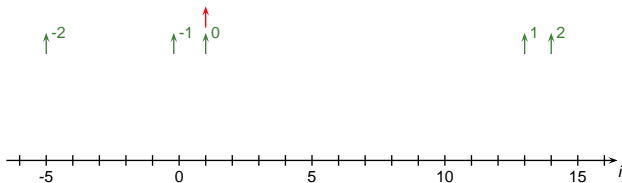


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



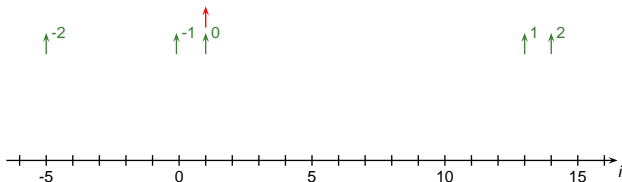
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



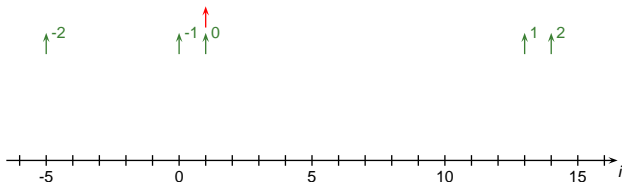
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



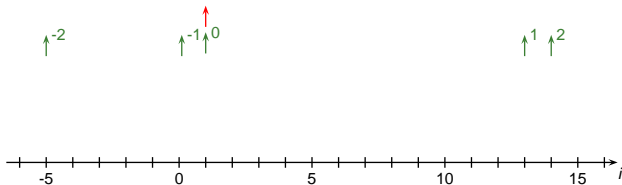
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0 \text{ 1}$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



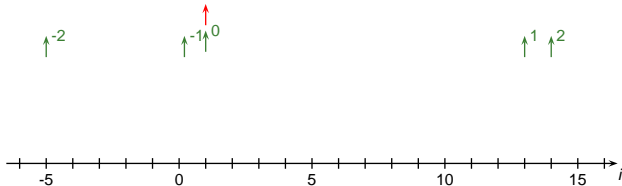
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0-1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



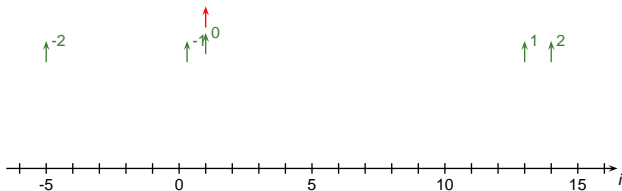
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0-1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



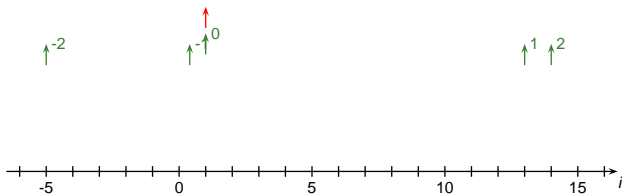
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0-1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



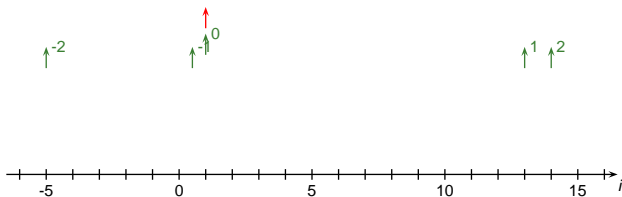
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = 0-1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

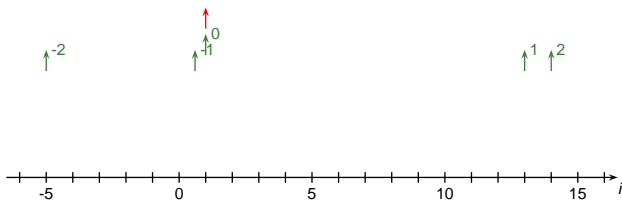


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \theta - 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



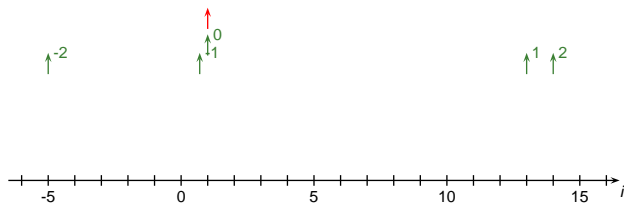
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \theta - 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



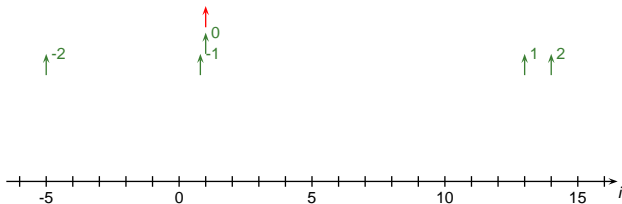
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \theta - 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



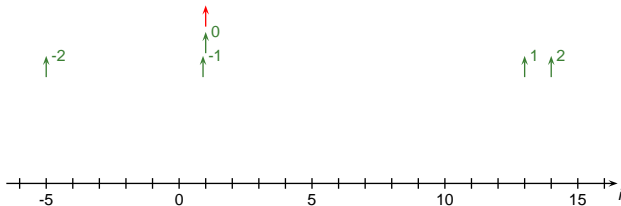
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \theta - 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



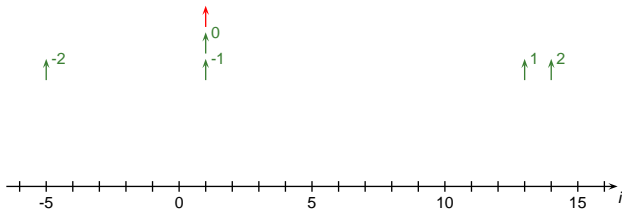
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttér-folyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \theta - 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



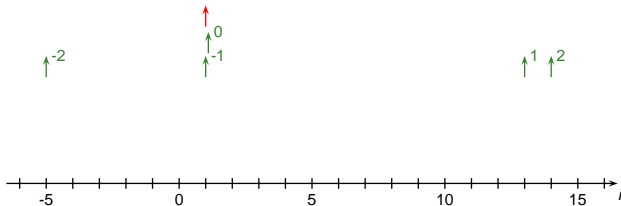
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



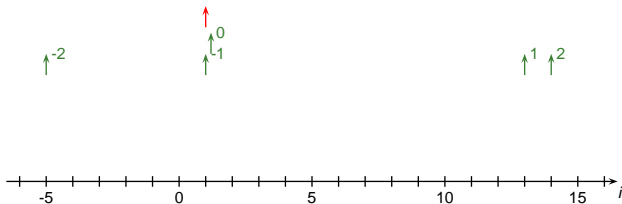
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



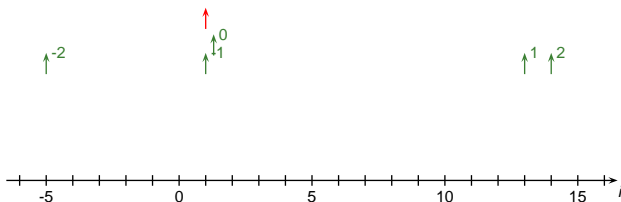
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

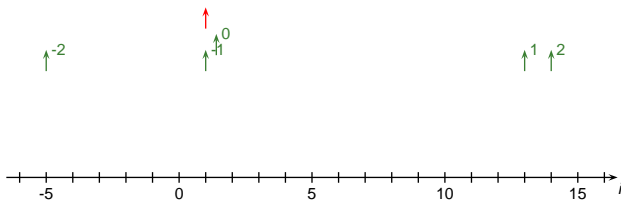


# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



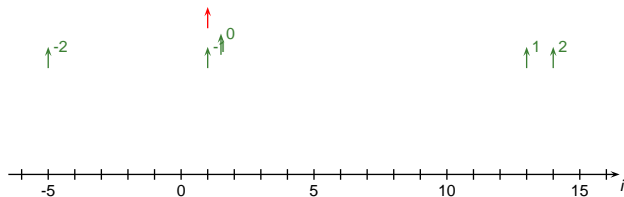
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



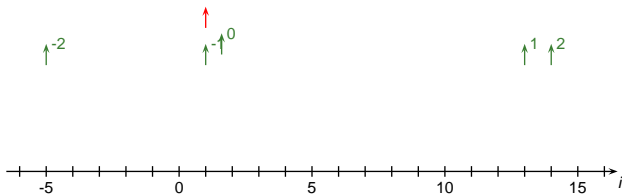
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



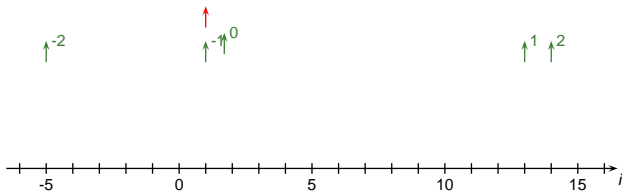
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \Theta 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



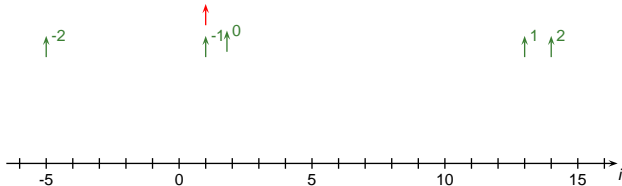
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \ominus 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



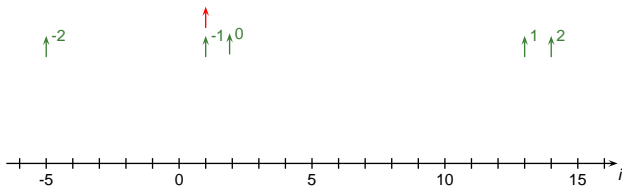
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = \ominus 1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



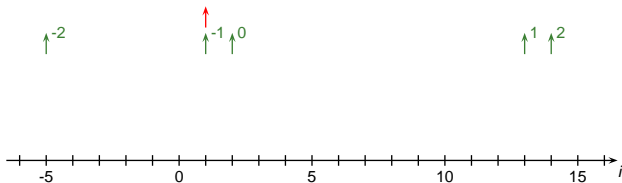
Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

# A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

$$m_Q(t) = [\text{a } Q(t) \text{ alatti } \uparrow \text{ indexe}] = -1$$

$$m_Q(t) \leq 0 \Rightarrow Q(t) \leq X(t).$$



Cél: megérteni  $Q(t)$  viselkedését a  $\uparrow$ -k háttérfolyamatán.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

A  $m_Q(t)$  folyamatot a háttér befolyásolja, és meglehetősen bonyolult.



## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

A  $m_Q(t)$  folyamatot a háttér befolyásolja, és meglehetősen bonyolult.

Az eddigi sikeres esetekben  $m_Q(t)$  szépen viselkedett:

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

A  $m_Q(t)$  folyamatot a háttér befolyásolja, és meglehetősen bonyolult.

Az eddigi sikeres esetekben  $m_Q(t)$  szépen viselkedett:

- ▶ Vagy  $m_Q(t) \leq 0$  m.b. (TASEP, 1 rátájú TAZRP); ennél jobbat nem is remélhetünk. . .

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

A  $m_Q(t)$  folyamatot a háttér befolyásolja, és meglehetősen bonyolult.

Az eddigi sikeres esetekben  $m_Q(t)$  szépen viselkedett:

- ▶ Vagy  $m_Q(t) \leq 0$  m.b. (TASEP, 1 rátájú TAZRP); ennél jobbat nem is remélhetünk. . .
- ▶ Vagy  $m_Q(t) \stackrel{d}{\leq}$  Geometriai (ASEP, konkáv exponenciális rátájú TAZRP,  $\stackrel{d}{\geq}$  –Geometriai konvex exponenciális rátájú TABLP); úgy viselkedik, mint egy driftes bolyongás.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

$$Q(t) \leq X(t) + \text{hiba}$$

A  $m_Q(t)$  folyamatot a háttér befolyásolja, és meglehetősen bonyolult.

Az eddigi sikeres esetekben  $m_Q(t)$  szépen viselkedett:

- ▶ Vagy  $m_Q(t) \leq 0$  m.b. (TASEP, 1 rátájú TAZRP); ennél jobbat nem is remélhetünk. . .
- ▶ Vagy  $m_Q(t) \stackrel{d}{\leq}$  Geometriai (ASEP, konkáv exponenciális rátájú TAZRP,  $\stackrel{d}{\geq}$  –Geometriai konvex exponenciális rátájú TABLP); úgy viselkedik, mint egy driftes bolyongás.

Ez az a formája a mikroszkopikus konkavitásnak, amit használunk:  $m_Q(t)$ -t dominálja egy időfüggetlen, véges szórású eloszlás.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavítás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

“Exponenciális” nélkül elveszítjük az egyenletes driftet,  $m_Q(t)$  diffúzióként kezd viselkedni.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

“Exponenciális” nélkül elveszítjük az egyenletes driftet,  $m_Q(t)$  diffúzióként kezd viselkedni. Diffúzió a másodosztályú részecskék háttérében!



## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

“Exponenciális” nélkül elveszítjük az egyenletes driftet,  $m_Q(t)$  diffúzióként kezd viselkedni. Diffúzió a másodosztályú részecskék háttérében!

Nem látjuk még, hogyan lehetne ezt a diffúziót a szükséges nagyságrendben becsülni.

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

“Exponenciális” nélkül elveszítjük az egyenletes driftet,  $m_Q(t)$  diffúzióként kezd viselkedni. Diffúzió a másodosztályú részecskék háttérében!

Nem látjuk még, hogyan lehetne ezt a diffúziót a szükséges nagyságrendben becsülni.

Ha ez meglenne, haladhatnánk a kevésbé konvex/konkáv modellek felé, hogy lássuk hogyan megy át a  $t^{1/3}$  skálázás a lineáris modellekre jellemző  $t^{1/4}$  skálázásba (random average process, lineáris rátájú AZRP)...

## A kritikus tulajdonság: mikroszkopikus konkavitás

Exponenciálisan konvex/konkáv rátákkal  $m_Q(t)$  driftje minden háttérre egyenletesen becsülhető. Driftes bolyongásból jön a geometriai korlát.

“Exponenciális” nélkül elveszítjük az egyenletes driftet,  $m_Q(t)$  diffúzióként kezd viselkedni. Diffúzió a másodosztályú részecskék háttérében!

Nem látjuk még, hogyan lehetne ezt a diffúziót a szükséges nagyságrendben becsülni.

Ha ez meglenne, haladhatnánk a kevésbé konvex/konkáv modellek felé, hogy lássuk hogyan megy át a  $t^{1/3}$  skálázás a lineáris modellekre jellemző  $t^{1/4}$  skálázásba (random average process, lineáris rátájú AZRP)...

*Köszönöm a figyelmet.*